ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA.

9 | 1877 | 208
18

9

77 1877 7

72

5

ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA,

KROTKIM Y ŁATWYM SPOSOBEM
PRZEZ PYTANIA,
DLA WYGODY Y UZYWANIA
GOSPODARSKIEGO
ZEBRANA.

W WARSZAWIE 1775.

w Drukarni J. K. M. y Rzeczypospolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*

R E G E S T R.

Rzeczy w tey Książce zawartych.

N A U K A

O Arytmetyce w powſzechności, y o liczb podziale.

R O Z D Z I A Ł I.

R O Z D Z I A Ł II.

O Rachunkach liczb łamanych.

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Arytmetyki.

§. 7.

ROZDZIAŁ IV.

O Wyciąganiu Sciany.

ROZDZIAŁ V.

O Skokach liczb, czyli progressyach, y o ich Regułach.

Na końcu Tablice Regestrowe.

N A U K A

O Arytmetyce w powszechności, y o liczb podziale.

1. CO iest Arytmetyka?

Jest nauka o liczbie i o rachunkach. Liczba, iest to wielość z iedności zebrana: iak 2. 3. 4. 5. Pięć składa się z piąciu iedności. Rachunki zaś, są to teyże liczby użycie y pożyteczność.

2. Wieloraka iest liczba?

Dwoiaka: Rzymska czyli Kościelna, y pospolita czyli Arabska.

3. Wiele liczba pospolita zamyka w sobie charakterow, czyli figur Arytmetycznych?

Liczba Arabska zamyka w sobie figur dziewięć; to iest: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. y zero, czyli cyfrę o. ktora sama przez się nic nieznaczy, ale dodana do inney liczby, tyle ią dziesiątkami pomnaża, ile liczba przed nią położona zamyka w sobie iedności. Tak n. p. (10) iedno y cyfra, znaczy dziesięć. (30) trzy y cyfra, znaczy trzy dziesiątki, czyli trzydzieści; bo 3 przed zero położone, składa się ze trzech iedności.

4. Z wielu figur, czyli liter składa się liczba Kościelna?

Z tych siedmiu liter większych: I. V. X. L. C. D. M. I. znaczy iedno. V. znaczy pięć. X. znaczy dziesięć. L. znaczy pięćdziesiąt. C. znaczy sto. D. znaczy pięćset. M. znaczy tysiąc. Tysiąc pisze się ieszcze sak CIↃ. albo tak: ∞.

5. Jak się ta liczba pomnaża ?

Pomnaża się, kładąc iednę figurę po drugiey, n. p. III. znaczy : trzy. XX. znaczy: dwadzieścia. XXXVII. znaczy : trzydzieści siedm. LXX. znaczy : siedmdziesiąt. CCCXII. znaczy : trzysta dwanaście. DC. sześćset. MCC. tysiąc dwieście.

Umnieysza się zaś kładąc mnieyszą figurę przed większą n. p. IV. znaczy : cztery. IX. znaczy : dziewięć. XXIX. znaczy: dwadzieścia dziewięć. XL. znaczy: czterdzieści. XC. dziewięćdziesiąt. CD. czterysta. Pospoliciey iednak czterysta piszą się tak : CCCC.

6. Wielorako się liczby dzielą ?

Czworako. I. Na liczbę prostą y składaną. II. Na liczbę parzystą y nieparzystą. III. Na liczbę iednego, y na liczbę rożnego gatunku. IV. Na liczbę całkowitą y liczbę łamaną.

Liczba prosta iest ta : ktora się z iedney tylko figury składa. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś iest ta : ktora się z kilku figur Arytmetycznych składa : n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzysta iest ta : ktora na dwie rowne części, czyli przez dwa spełna dzielić się może : n. p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzysta iest ta : ktora się na dwie części rowne spełna dzielić nie może: n. p: 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby iednego gatunku są te : ktore wyrażaią rzeczy iednego rodzaiu n. p: same złote, same funty, same łokcie.

Liczby rożnego gatunku są te; ktore znaczą rzeczy rożnego między sobą rodzaiu: n. p: złote, grosze, szelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Alboli : łokcie, ćwierci &c.

Liczba

Liczba całkowita iest ta : ktora mi rzecz całą wyraża : n. p: cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaś łamana iest ta : ktora mi część tylko rzeczy iakiey wyraża: n. p: trzecią część złotego, ćwierć łokcia; y wyraża się dwoma liczbami, z ktorych iedna pisze się nad liniyką, a druga pod liniyką : n. p; $\frac{1}{3}$ iednego złotego, waży groszy 10 ; $\frac{1}{4}$ iednego łokcia, znaczy iednę ćwierć łokcia.

7. Wiele iest powszechnych Arytmetyki części?

Jest ich pięć : to iest : rachuba, czyli rachowanie (*Numeratio*) dodanie (*Additio* (odciągnienie (*Subtractio*) rozmnożenie (*Multiplicatio*) podzielenie (*Divisio.*) Lubo właściwie mowiąc, Numeracya nie powinnaby się nazywać częścią, ale początkiem y fundamentem całey Arytmetyki ; bo ta w każdą Arytmetyki cząstkę wpływa, y bez niey żadna Arytmetyczna robota obeyść się nie może ; bo kto dodaie, rachuie ; kto liczbę rozmnaża, rachuie, y tak daley.

ROZDZIAŁ I.

O rachunkach liczb całkowitych iednego, y rożnego gatunku.

§. I.
O rachubie czyli Numeracyi.

1. CO iest rachuba?

Jest wyrażenie ceny daney liczby ; tak: 12. znaczy dwanaście.

2 Co trzeba wiedzieć. aby cenę daney liczby należycie wyrazić?

Nayprzod: Potrzeba wiedzieć: że każda liczba, bierze swoy walor od mieysca, na ktorym leży. Tak liczba położona na pierwszym mieyscu od prawey ręki, znaczy iedności. Położona na drugim, znaczy dziesiątki; na trzecim: sta; na czwartym: tysiące; na piątym: dziesiątki tysięcy; na szostym: sta tysięcy; na siodmym: milliony; na osmym: dziesiątki millionow; na dziewiątym: sta millionow; na dziesiątym: tysiące millionow, y tak daley.

Powtore; Do łatwego liczby daney wyrażenia, wiele pomoże, całą owę liczbę, zacząwszy od prawey ręki, na cząstki podzielić kryskami, tak, aby w każdey przedziałce trzy liczby zamykały się. Po każdey takowey krysce, idą sta, ztą rożnicą; iż po pierwszey krysce, od prawey ręki, idą sta proste, po drugiey sta tysięcy; po trzeciey sta millionow, &c.

Potrzecie: Jeżeli liczba do zrachowania dana będzie obszernieysza, trzeba procz tego, nad każdą liczbą siodmą, zaczynaiąc zawsze rachować od liczb poiedynczych, kłaść kryskę; nad pierwszą siodmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley. Jedna kreska będzie znaczyła milliony, dwie: billiony, trzy: tryliony, &c.

Niechay będzie liczba następuiąca dana do zrachowania:

ıı ı
5, 925, 624, 970, 503

Tę liczbę namienionym dopiero sposobem dzielę, y mam pięć przedziałek; że zaś piąta

prze-

przedziałka ma tylko iednę figurę, znać, że tam nie masz stow y dziesiątkow. Potym nad każdą liczbą siodmą kładę znak millionowy; w piątey przedziałce przypadaią billiony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć billionow, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy millionow, sześćset dwadzieścia cztery miliony, dziewięćset siedmdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czym te mieysca napełniać, ktore się w wymawianiu liczby opuszczaią?

Napełniać ie potrzeba cyframi. Tak gdy mam wyrażić: dwa milliony, pięćset cztery tysiące, trzydzieści sześć złotych; ponieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkowych tysięcy, y stow prostych, zaczym na ich mieyscu kładę cyfry, y tak daną liczbę piszę:

|
2,504,036.

Podobnież: dwadzieścia millionow, sto trzydzieści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, mieysca opuszczone cyframi dopełniam, y tak piszę:

|
20,130,014.

§. II.

O dodaniu liczb, tak iednego, iako y rożnego gatunku.

4. CO iest dodanie czyli Addycya?

Jest to wielu liczb w iednę summę zebranie n. p: 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycyi terminy zowią, y iak się układaią?

1. Liczby, ktore maią bydź zbierane, zowią się liczby dane. Liczba zaś, ktora z zebrania

brania wynika, zowie się kwota, albo summa generalna. Ze tedy summa powszechna z liczb danych, iak z części swoich istotnie składa się, z tąd wynika, iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak żeby w summie powszechney, nic ani mniey, ani więcey nad nie, nie znaydowało się. Tak biorąc wspomniony przykład: w summie generalney 10, nie więcey, ani mniey nie znayduie się nad dwa, trzy y pięć, y wszystkie te części z niey odciągnąwszy, summa cała bez żadney reszty niknie.

II. Liczby dane porządnie układaią się iedna pod drugą, to iest: iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami, tym końcem, żeby się tysiące z dziesiątkami, albo z iednościami przez omyłkę niepomięszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożywszy, liniyką ie podkryślam, pod ktorą summę powszechną pisać będę; czym się stanie, iż summy generalney z częściami iey nie zmięszam.

6. Jak się odprawuie Addycya?

Liczby dane, od prawey ręki zacząwszy, zbieram kolumnami do gory; to iest: nayprzod zbieram iedności, y piszę pod iednościami; potym sta, y piszę pod stami, y tak daley. Jeżeli liczby z iedney kolumny zebrane, więcey wynoszą nad dziewięć, to liczbę ostatnią od prawey ręki, czyli poiedyńczą, pod liniyką piszę, a dziesiątki razem z następuiącą kolumną zbieram, czyli dodaię:

Przykład I. Chcąc wiedzieć ile lat od założenia Rzymu upłynęło; uważam, iż według Warrona, Rzym był założony na lat 753. przed

Naro-

Narodzeniem Chrystusa; od Chrystusa zaś Narodzenia upłyneło lat 1775. Układam więc te liczby tak:

Liczby 753
dane 1775

Summa 2528.

Zbieram dane liczby, zaczynaiąc od kolumny pierwszey liczb poiedynczych; y mowię: pięć a trzy, czynią 8, piszę te 8 pod kolumną liczb poiedyńczych. Potym idę do kolumny dziesiątkow, y mowię: 7 a 5, czynią 12, piszę pod drugą kolumną 2, a iedno do następuiącey przenoszę, y mowię: 1 ktore się zostało, a 7 to 8, a 7, to 15, piszę pod trzecią kolumną 5, a iedno przenoszę do następuiącey kolumny: y mowię: 1 a 1, są 2, piszę pod ostatnią kolumną. Tym sposobem dane liczby w iednę summę zebrałem, ktora mi czyni: dwa tysiące pięćset, dwadzieścia ośm lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu upłynęło.

Przykład 11. Chcąc wiedzieć, iak dawno świat stoi, tak sobie postępuię:

Od stworzenia świata do Potopu wyszło lat - - -	1656.
Od Potopu do zbudowania Kościoła Salomonowego - -	1344.
Od zbudowania Kościoła Salomon: do Narodzenia Chrystusa lat -	1000.
Od Narodzenia Chrystusa do roku teraźnieyszego - -	1775.
Zebrane dane liczby czynią lat: -	5775.
Od Stworzenia więc Swiata do roku teraźnieyszego; upłynęło już lat: -	5775.

Dotąd o dodawaniu liczb iednego gatunku mowi-

mowiliśmy, teraz mowić będziemy o znoszeniu liczb rożnego gatunku.

7. Jak się czyni Addycya w liczbach rożnego gatunku ?

1. Tak iako w liczbach iednegoż gatunku; na to tylko, procz wzwyż opisanego, co do układania liczb, porządku, pomnieć ieszcze potrzeba; ażeby liczby tegoż samego gatunku porządnie iedne pod drugiemi w swoich kolumnach pisane były, iako się to zaraz w przykładach pokaże.

11. Jeżeli liczby niższego gatunku zebrane, wystarczaią na złożenie liczby wyższego gatunku, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich mieyscu pod niższym gatunkiem piszę resztę, od złożenia wyższych liczb pozostałą, albo też cyfrę o, lub kropkę, kiedy reszty żadney niemasz. Daymy następuiący przykład:

	złote.	grosze.	szelągi.
Raz wydałem -	12 -	20 -	2
Drugi raz - -	6 -	24 -	1
Trzeci raz - -	15 -	9 -	2
Summa wydatku	34 -	24 -	2

Znoszę dane liczby, zaczynaiąc od nayniższego gatunku, ktory tu iest szelągow; y mowię: dwa a ieden, są trzy, a dwa, to pięć. Pięć szelągow czynią grosz 1, y szelągow 2, ktore pod kolumną szelągow podpisuię, a grosz 1 przenoszę do groszow; y mowię: ieden grosz z zebranych szelągow, a 9, to 10, a 4, to 14, podpisuię 4 pod iednościami groszow, a dziesiątek 1 do dziesiątkow przenoszę; y mowię: 1 a 2, są 3, a 2, są 5, pi-

szę

szę całe 54. na stronie. A że 54 groszy, czynią mi złoty 1 y groszy 24, więc 24 pod groszami podpisuię, a złoty ieden do złotych przenoszę; y mowię: 1 złoty pozostały, a 5, są 6, a 6, są 12, a 2, są 14, piszę 4 pod iednościami złotych, a ieden dziesiątek znoszę z następuiącą kolumną dziesiątkow; y mowię: 1, a 1, są 2, a 1, są 3, piszę 3 pod ostatnią kolumną ku lewey ręce. Wychodzi tedy summa wydanych pieniędzy następuiąca: złotych 34. groszy 24. szelągow 2.

8. Kiedy ściany do zebrania dane będą bardzo długie, iak sobie ułatwić Addycyą?

Gdy sciany do zbierania dane będą arcy długie, iak się trafia w regestrach, ktore się pułćwiartkami zbieraią, tak iż liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiąć trudno, w ten czas ułatwiaiąc sobie Addycyą, dzielę scianę iednę na kilka podziałow. Te przedziały nayprzod w summy parcyalne zbieram, a potym też summy parcyalne w iednę generalną summę znoszę. Oto wizerunek tego w następuiącym przykładzie:

złote.	grosze.	szel.	
20	15	1	Pierwszy przedział
136	24	2	Summa parcyalna
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr: sz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa parcyalna
12	25	2	z niego.

5	26	1	
52	20	2	
15	15	2	
64	18	1	
19	27	2	zł: gr: sz:
6	21	-	235 29 1.
złote.	grosze.	szel.	
43	14	1	
7	21	2	Trzeci przedział.
10	5	-	Summa parcyalna
13	12	1	z niego.
4	9	1	
14	15	-	
20	10	2	zł: gr: szeł:
2	15	-	116 13 1.
631	5	1	Sum: general: z summ parcyalnych zebrana.

9. Jak ieszcze bydź może sposob łatwego zbierania scian choćby naydłuższych ?

Ten następuiący : Zaczynam zwyczaynie rachować do ostatniego gatunku, y wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kryskę, lub też na inszym papierze, zwłaszcza, gdy regestra znoszę; resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodaię. Całą kolumnę skończywszy, to co się nad ostatni dziesiątek zostaie, pod tąż kolumną piszę. Dziesiątkow do przeniesienia na drugą kolumnę tyle mam, ile iest krysek na papierze naznaczonych. Dziesiątki zaś proste, do dziesiątkow prostych dodaię, dziesiątki stow, do stow, dziesiątki tysięcy, do tysięcy *&c.* Na koniec z dziesiątkow niższego gatunku. tyle liczb wyż-

wyższego gatunku, ile można, złożywszy; resztę pod kolumną dziesiątkową podpisuię: n. p.

złote.	grosze.	szel:
240	24-	2
12	15	-
126-	18-	1
54	27-	2
-83	12	1
15-	9-	2
4	26	1
18-	8-	-
556	22	-

Dodaię złote.

326	Liczby pozostałe na dziesiątki.
|| |||	
23	Trzy kryski zebrane z pierwszey kolumny złot: Dwie z drugiey kolumny złot:
556	

10. Jaka iest Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna y niezawodna, czyni się przez Subtrakcyą, o ktorey że ieszcze nauki niedało się, więc tę probę niżey wyłożemy, gdy Subtrakcyi robienia kształt ukazany będzie.

Jnni doświadczaią Addycyi przez wyrzucenie każdey liczby dziewiątey, tak z liczb do zebrania danych, iako y summy; ale ten sposob doświadczania, iż często bywa mylny, dla tego się opuszcza.

Naypowszechnieysza Addycyi proba, i ktora się w zbieraniu liczb regestrowych pospolicie zachowuie, iest ta: powtorzyć z uwagą tęż samę Addycyą, odmieniaiąc tryb rachowania, to iest: zbieraiąc kolumny z gory na doł, ieśli się wprzod z dołu do gory zbierały. Jeżeli taż sama summa wypadnie, znak iest dobrze y należycie uczynioney Addycyi. Jeżeliby zaś summa rożna wypadała, to trzeba ieszcze ponowić Addycyą, poki się ktore summy z sobą nie zgodzą. Nieobiaśniamy przykła-

dem

dem tego sposobu proby, bo sam przez się iest iasny.

Jnsze doświadczania Addycyi sposoby, ktore się w Arytmetykach znayduią, pomiiamy, iako bardziey Szkolne, niż użyteczne.

§. III.

O odciąganiu liczb tegoż samego, y rożnego gatunku.

11. CO iest odciągnienie, czyli Subtrakcya?

Jest odciągnienie liczby mnieyszey od większey. Albo: iest wynalezienie między dwiema danemi liczbami przewyżki, czyli rożnicy, ktorą liczba większa, liczbę mnieyszą przewyższa. Na przykład: odciągaiąc 2 od 5. Szukam takiey liczby, ktorą 5 y 2, między sobą rożnią się; to iest: ktora dodana do 2, czyni 5. a odcięta od 5, czyni 2. iako w teraźnieyszym przykładzie iest 3.

12. Jak się terminy w Subtrakcyi zowią, y iak się kładą?

I. W Subtrakcyi ta liczba, od ktorey odciągam, zowie się: większa; ta ktorą odciągam, zowie się mnieysza. Liczba z odciągnięnia wypadaiąca, zowie się reszta, rożnica, albo przewyżka. Liczby do odciągnięnia dane, obydwie iednegoż gatunku bydź powinny, inaczey odciągnąćby się nie mogły. Liczba albowiem mnieysza iest częścią liczby większey, część zaś zawsze powinna bydź podobna rzeczy tey, ktorey iest częścią.

II. Liczba większa kładzie się na wierzchu; liczba zaś mnieysza, kładzie się na spodzie, zachowuiąc w ułożeniu liczb tenże sam porządek,

rządek,

rządek, co y w Addycyi; potym obydwie te liczby liniyką podkryślaią się.

13. Jak się daley robi Subtrakcya?

1. Ułożywszy należycie liczby, odciągam, zacząwszy od końca, kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątkow, sta od stow. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza od niższey, ktorą mam odciągać, w ten czas z następuiącey kolumny pożyczam dziesiątka, y tę liczbę, od ktorey pożyczałem, naznaczam dla pamięci kropką, Pożyczaiąc od liczby wyższey, ta zmnieysza się iednym; przeciwnie zaś liczbie niższey iedno przyrasta, gdy od niey pożyczam. Gdyby zaś w rzędzie wierzchnym była cyfra, od ktorey trzebaby mi pożyczać, albo ciągiem kilka cyfer, to posiągam się aż do liczby rzetelney, y pożyczam iednego dziesiątka, to iest: albo sta, albo tysiąca; pierwsza cyfra w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyła dziesięć, insze zaś cyfry, aż do liczby rzetelney, będą znaczyły po dziewięć.

11. Odciągnąwszy liczbę niższą od wyższey, gdy się nic niezostaie, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę cyfrę 0, przy końcu zaś od lewey, kładę liniykę podługowatą.

Przykład 1. Chcąc wiedzieć, iak dawno w Polszcze sol ziemna wynaleziona; przypominam sobie z Historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydliwego Roku P. 1251. kładę tedy na wierzchu rok teraźnieyszy 1775. a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposob:

Liczba większa	1775.
mnieysza	1251.
Reszta	-524.

Już

Już tedy 524. lat, iak sol w Bochni iest odkryta.

Przykład 11. Złączęnie Litwy z Polską zupełne y wieczyste stanęło w Lublinie za Zygmunta Augusta, Roku 1569. Chcąc tedy wiedzieć wiele lat wyszło od tego złączęnia, kładę w pierwszym rzędzie Rok teraźnieyszy 1775. a w drugim Rok wspomniony tak:

Liczba większa	1775.
mnieysza	1569.
Reszta	-206.

W tym drugim przykładzie zaczynaiąc robotę, ponieważ 9 od 5 odciągać nie mogę, zaczym pożyczam dziesiątka od następuiącey liczby w drugiey kolumnie, to iest od 7. ktore naznaczam kropką dla pamięci, y mowię: 9 od 15, zostaie się 6, ktore pod iednościami niżey liniyki piszę. Potym mowię: 6 od 6, zostaie się nic, czyli 0, piszę tedy cyfrę pod drugą kolumną. Daley mowię: 5 od 7, zostaie się 2, piszę te dwa pod trzecią kolumną. Nakoniec mowię: 1 od 1, zostaie się nic, kładę pod ostatnią kolumną liniykę podługowatą, bo iuż więcey liczb niemasz do odciągania. Dochodzę tedy, iż iuż 206. lat, iak Litwa wieczyście z Polską złączona.

14. Jeżeli liczb parcyalnych do odciągnięnia z summy generalney danych będzie kilka, co na ten czas czynić potrzeba?

Na ten czas wszystkie liczby parcyalne do odciągania dane, wprzod w iednę summę zbieram, toż dopiero summę z nich zebraną, od summy generalney odciągam, sposobem wyż-

wyżey przepisanym: n. p. Wziął kto na expens złotych - - 164.

Ztych wydał raz:	-	25
drugi raz:	-	30
trzeci raz:	-	12
czwarty raz:	-	56

Chce wiedzieć wiele mu się ieszcze pieniędzy na expens zostaie.

Parcyalne summy zbieram w iednę, mam zł: 123.

Teraz odciągam od summy generalney - 164.
123.

Reszta pieniędzy na expens zł: -41.

Ale iuż podźmy do odciągania liczb rożnego gatunku.

15. Kiedy liczby rożnego gatunku dane będą do odciągania, iak się czyni Subtrakcya?

Tak iak w liczbach iednego gatunku. Na to tylko baczność mieć należy, ażeby gatunki pod gatunkami, iak w Addycyi, porządnie pisane były. To uczyniwszy gatunek od gatunku odciągam, a resztę pod kolumnami swoiemi podpisuię. Jle razy zaś liczba niższa, większa będzie od wyższey w tym samym gatunku, a zatym odciągnąć się nie może, w ten czas z następuiącego wyższego gatunku, pożyczam iedności, y zredukowawszy ią na tenże sam gatunek, ktory odciągam, znoszę to z liczbami w tymże samym gatunku na mieyscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągam. Jaśniey w następuiących przykładach to się okaże:

Przykład 1. Piotr winien Pawłowi złotych 64. gr: 12. Wypłacił mu iuż złot: 36. gr: 15. szel:

szel: 2. Chcę wiedzieć ile mu ieszcze winien? Kładę większą liczbę w pierwszey linii. a mnieyszą w drugiey, tak:

	złote.	grosze	szel.
Liczba większa:	64	12	-
Liczba mnieysza:	36	15	2
Reszta długu:	27	26	1

W tym przykładzie, ponieważ na mieyscu wyższym w tym ostatnim gatunku, szelągow niemasz, pożyczam więc od wyższego gatunku, to iest: od groszy, grosza 1, ktory na 3. szelągi zredukowawszy, odciągam od nich szelągi 2 na mieyscu niższym położone, zostaie się szeląg 1. ktory piszę pod kolumną szelągow. Potym pomykam się do wyższego gatunku groszow. A ponieważ 5. groszy od 1. (gdyżem iuż od 2 iednego pożyczył) odciągać nie mogę, pożyczam dziesiątka, y mowię; 5 od 11. zostaie się 6, ktore piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiey kolumnie groszow, ponieważ iuż nic na mieyscu wyższym niemasz (gdyżem iednego dziesiątka, ktory tam był, iuż pożyczył) y iednego, ktory leży na mieyscu niższym, odciągać nie mogę; zaczym od kolumny złotych pożyczam złotego iednego, y sprowadzam go na groszy 30, toż ieden dziesiątek na dole leżący od 3. odciągam, y zostaię się 2, ktore piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Naostatek idę do złotych, y ponieważ 6 od 3 odciągnąć nie mogę (bom od 4. pożyczył 1) pożyczam od następuiącey kolumny złotych, dziesiątka; y mowię: 6 od 13, zostaie się 7, ktore piszę pod liniyką; potym: 3 od 5, zostaie

staie się 2, ktore także piszę pod liniyką, postępuiąc ku lewey; y mam wypadaiącą resztę należącego długu: złotych 27. groszy 26. szeląg 1.

Przykład 11. Dano mi na expens złot: 85. Z tych wydałem złotych 54. gr: 24. szeląg 1. Pragnę wiedzieć, wiele mi się ieszcze zostaie?

	złote	grosze	szel:
Liczba większa	85	-	-
Liczba mnieysza	54	24	1.
Reszta pieniędzy:	30	5	2.

W tym przykładzie, ponieważ summa większa nie ma groszy, ani szelągow w szczegulności wyrażonych, od ktorychbym grosze y szelągi w mnieyszey liczbie położone odciągnął, przeto w summie większey od złotych, iednego złotego pożyczam, y redukuię go na groszy 30. Z tych 30 groszy, biorę znowu grosz 1, y redukuię go na 3 szelągi; tym sposobem, mam iuż od czego odciągać wszystkie gatunki w niższey liczbie położone; właśnie iak gdyby liczba większa tak była wyrażona: dane mi złotych 84. groszy 29. szelągow 3. Potym czyni się Subtrakcya sposobem wyżey podanym.

16. Na co ieszcze w odciąganiu wzgląd mieć potrzeba?

Na to: kiedy się trafi, iż summa zebrana z liczb danych do odciągnienia, przewyższa summę, od ktorey należałoby odciągać, co się często w regestrach expensowych trafiać zwykło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam tak, żeby summa generalna drugie mieysce trzymała; bo w tym razie nie szukam reszty,

ale wydatku nad samę perceptę : n. p. Wziąłem na expens złotych 146. groszy 15. Wydałem zaś złotych 167. groszy 20.

Układam tak :	złote .	grosze
	167	20.
	146	15.
Wydałem nad perceptę:	21	5.

17. Jak się doświadcza Subtrakcya?

Doświadczenie Subtrakcyi należycie uczynioney naygruntownieysze, czyni się przez dodanie liczby mnieyszey y rożnicy, czyli reszty, ktora summa liczbie większey rowna bydź powinna. W subtrakcyi albowiem liczba mnieysza, ktora się od liczby większey odciąga, y reszta po odciągnieniu pozostała, są dwie części istotne; z ktorych liczba większa, od ktorey odciągamy, składa się. Zaczym summa z tych dwoch części między sobą zniesionych wynikaiąca, daney liczbie większey we wszystkim rowna bydź powinna : ieżeli zaś z nią nie zgadza się, znak iest omyłki iakieysiś w Subtrakcyi. Doświadczenie to zasadza się na owym *Axyomacie* Geometrycznym: Rzecz cała rowna iest wszystkim swoim częściom wraz wziętym ; y wszystkie części wraz wzięte, wyrownywaią rzecz całą, ktorey są częściami. Niech będzie przykład następuiący:

	złote	grosze	szel.
Percepta - -	45	24	1.
Expensa - -	32	12	2.
Reszta - -	13	11	2.
Summa reszty z liczbą mnieyszą zniesioney :	45	24	1.

Jnsze Subtrakcyi proby, iako mniey potrzebne, pomiiam.

18 Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyą o czym wyżey (na kar: 11.) namieniłem ?

Sposobem następuiącym: po uczynioney Addycyi, iednę z liczb poiedyńczo danych odcinam, a wszystkie insze, procz niey, zbieram, y od kwoty, czyli summy generalney odciągam. Reszta od summy po odciągnięniu pozostała, powinna bydź rowna we wszystkich swoich częściach liczbie owey iedney z liczb danych odciętey, inaczey, znakby był Addycyi źle uczynioney. Racya tego doświadczenia ta iest: w Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w summie generalney zamykaią się, a zatym summy owey są częściami tak, że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie iest, tylko pokazać, iż summa generalna wszystkie liczby dane spełna w sobie zamyka, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie iest rowna. To doświadczenie zasadza się na owey prawdzie niezawodney Geometryczney: Jeżeli z danych dwoch summ, lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim sobie rownych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą rowne summy lub rzeczy, reszty od nich pozostałe rowne bydź powinny. Jako następuiący przykład ukazuie y stwierdza:

	złote	grosze	szel.
Odcinam: - -	24	12	2.
Zbieram: - -	10	15	1.
	3	21	2,
Summa generalna:	38	19	2.

	złote	grosze	szel.
Zbior dwoch liczb niższych : -	14	7	-
Reszta : -	24	12	2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do zniesięnia danych, odciąwszy n. p. pierwszą, a drugie dwie razem zebrane od summy generalney odciągnąwszy , reszta wypadaiąca , liczbie pierwszey odcięte rowna się zupełnie.

Przestroga. Com wyżey w Addycyi powiedział, to samo teraz powtarzam , iż naylepszy y naypospolitszy sposob doświadczania reguł Arytmetycznych należycie uczynionych iest , po uczynioney pierwszey rachubie , drugi raz onęż z zupełną powtorzyć uwagą , rachuiąc z gory na doł , ieżeli się przed tym z dołu rachowało.

§. 4.

O rozmnożeniu liczb iednego y rożnego gatunku.

19. CO iest rozmnożenie , czyli multyplikacya ?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie ; z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa , ile razy w drugiey mieści się iedno. Na przykład : multyplikować 3 przez 2 , nic innego nie iest , tylko wynaleść taką liczbę , w ktorey tyle razy mieści się 3. ile razy w 2 mieści się iedno , iaka liczba w tym razie będzie 6 ; bo iako iedno w 2, tak 3 w 6, dwa razy spełna zamyka się.

20. Jak się liczby , czyli terminy w multyplikacyi zowią , y iak się kładą ?

W mul-

W multyplikacyi ta liczba, ktora się rozmnaża, zowie się: liczba rozmnożna; ta zaś, przez ktorą rozmnażam, zowie się rozmnożyciel. Summa z tey multyplikacyi wynikaiąca, zowie się: produkt, albo *factum*. Liczba tedy rozmnożna kładzie się na wierzchu; rozmnożyciel zaś kładzie się na spodzie tak, aby iedności iednościom, dziesiątki dziesiątkom, sta stom korrespondowały. Potym obydwie te liczby liniyką podkryślaią się. Cyfry na końcu liczby tak rozmnożney, iako y rozmnożyciela, ieśli się iakie znayduią, można przed multyplikacyą odciąć, a potym do produktu na końcu oneż przydać.

21. Jak się odprawuie multyplikacya?

1. Biorę poiedyńczo liczby rozmnożyciela, y przez wszystkie z osobna rozmnażam liczby wszystkie w wyższym rzędzie położone; zaczynaiąc mnożyć od końca, y produkt z nich wypadaiący niżey liniyki pod kolumnami korresponduiącemi tak, iak w Addycyi, piszę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez iedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami iedności, gdy przez dziesiątki, produkt pisać zaczynam pod dziesiątkami, gdy przez sta, to produkt zaczynam pisać pod stami, postępuiąc coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w rozmnożycielu, w wielu zamyka się summach, te znowu liniyką podkryślam, y w iednę summę zbieram, ktora pokaże mi produkt generalny.

Przykład 1. Pytam się: Talerow bitych 45. wiele złotych Polskich uczynią? Ponieważ w iednym talerze iest złotych 8, więc przez 8 daną summę Talerow bitych rozmnażam tak:

Liczba rozmnożna 45.
Rozmnożyciel 8.

Produkt: - - 360.

Zaczym Talerow bitych 45, czynią mi złotych 360.

Przykład 2. Na ieden tydzień expensuiąc złotych 12, chcę wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak:

52 Rozmnożna liczba.
12 Rozmnożyciel.

104
52

624 Produkt.

W tym przykładzie, podkryśliwszy ułożone liczby liniyką, zaczynam robotę od ręki prawey, y mowię: dwa razy dwa, są cztery, y kładę 4 pod kolumną iedności. *Powtore*: mowię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dziesiątkow, występuiąc iednym ku lewey ręce. *Potrzecie:* biorę drugą figurę z rozmnożyciela, ktora iest ną mieyscu dziesiątkow; y mowię: raz dwa, są dwa; a że przez drugą figurę rozmnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiey linii pisać powinienem; że zaś ta figura rozmnożyciela leży na mieyscu dziesiątkow, tedy produkt pod kolumną liczb dziesiątkowych pisać poczynam, y dwa z multyplikacyi wypadaiące kładę pod cyfrą o. *Poczwarte*: mowię: raz pięć, są 5, ktore pod następuiącą stow kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych zamyka się we dwoch wierszach, przeto podkryślam ie liniyką, y do

iedney

iedney summy znoszę; ktora na koniec pokazuie mi, żę za tygodni 52, wydaiąc na każdy złot: 12, wydam złotych: 624.

Rrzykład 3. Kupuiąc 250. beczek wina, każdą po trzysta złotych, pytam wiele za wszystko należy się?

25/0
3/00

75,000

W tym przykładzie odcinam cyfry z liczby rozmnożney y rozmnożyciela, multyplikuię tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do ktorego przydaię odcięte cyfry, y mam produkt generalny: 75000. złotych, ktore za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jestże iaki inszy robienia multyplikacyi sposob?

Jest piękny y łatwy przez faktory liczby rozmnażaiącey. Faktory zaś iakiey liczby, są to te liczby, ktore wzaiemnie między sobą rozmnożone, tęż samę liczbę rodzą. Tak n. p. liczba 12, ma faktory 3, y 4, albo: 6, y 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, y 6, albo 3, y 8, bo multyplikuiąc 6 przez 4, wychodzi 24, a multyplikuiąc 8 przez 3, także wychodzi 24. Zaczym za iedno iest iaką liczbę: n. p. 36 mnożyć przez 24, iak mnożyć przeo 4, a ten produkt znowu rozmnożyć przez 6, to iest: przez drugiego faktora. Łacniey zaś iest multyplikować przez iednę figurę, iak przez dwie lub więcey. Y ten iest faktorow pożytek. Niech będzie następuiący przykład:

A.

A 254	1524	
B 36	6	drugi faktor.
Produkt gen: 9,144.	9,144	

Szukam faktorow liczby 36, y mam z Tablicy Pitagoresa 6, y 6, więc liczbę A. rozmnażam nayprzod przez 6, a produkt: 1524. rozmnażam przez drugiego faktora 6. Y mam generalny produkt: 9144. tenże sam, iak gdybym daną liczbę razem przez 36. multyplikował.

23. Jaki iest sposob łatwego liczb multyplikowania?

Łatwego liczb danych rozmnożenia lepszy sposob iest: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pitagoresa.

Na palcach rąk tak się liczby rachuią: każdemu palcowi daie się iedna liczba, to iest uchowemu czyli małemu 1. serdecznemu 2. śrzedniemu 3. skazuiącemu 4. wielkiemu 5; y iedną liczba rachuie się na palcach prawey ręki, a druga na lewey. Gdy zaś przyidzie choć w iedney liczbie do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7. zginam serdeczny, gdy do 8, zginam śrzedni, gdy do 9, zginam skazuiący. Palce zgięte, znaczą dziesiątki, palce zaś proste pozostałe, znaczą iedności. Proste więc między sobą multyplikuię, y do dziesiątkow dodaię, y tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czyni pięć razy siedm: w prawey ręce zginam palec uchowy y serdeczny, y mam dwa dziesiątki, resztę palcow stoiących multyplikuię, y mowię: trzy razy pięć (bom w lewey żadnego palca nie zgiął) są 15, dodaię do dwoch dziesiątkow, z mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawey

ręce

ręce cztery palce, y mam 4 dziesiątki; proste palce multyplikuię: raz pięć, są pięć, dodaię to razem, y mam 45. Zarownie chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, ośm razy dziewięć? Zginam na iedney ręce zaczynaiąc zawsze od 6, trzy palce, na drugiey 4, y mam dziesiątkow 7. palce proste pozostałe rozmnażam, mowiąc: raz dwa, są 2, znoszę to razem, y mam produkt: 27. y tak daley.

Co się zaś tycze Tablicy Pitagoresa, od swego wynalazcy tak nazwaney, oto ią masz zrobioną y tak iey używay: Dwoch liczb zadanych, iedney z gory, drugiey z boku bierz kolumnę: owa liczba, na ktorey te dwie kolumny schodzą się, iest należyty iey produkt: n. p. gdy chcę wiedzieć, wiele mi czyni: siedm razy ośm; biorę siedm w pierwszey linii gorney, a ośm w linii poboczney, ktorych liczb kolumny że się schodzą na liczbie 56, zatym 56 iest produktem liczb danych, to iest siedmiu y ośmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D

Tablicę Pitagoresa Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemysłem rozmnożył, y na ruchome Tablliczki podzielił, za ktorych pomocą, y nay większych liczb multyplikacyą y dywizyą bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy iest sposob wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, y iak ie robić potrzeba?

Tabliczki Nepera robią się tak: z drzewa lub mosiądzu, albo też z tektury robi się dziewięć nay więcey tabliczek podługowatych czworgraniastych. Każda z nich rownym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratow małych. Te tabliczki znowu liniyką poprzeczną od kąta ręki prawey z gory do kąta ręki lewey nadoł, przecinaią się ną dwa troygrańce, procz pierwszey tabliczki, na ktorey naturalnym porządkiem liczby piszą się, zacząwszy od 1. aż do 9, y zowią się wielorazy.

To uczyniwszy, w troygrańce na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpisuią się liczby z kolumn tablicy Pitagoresowey tak: aby liczby dziesiątkowe w wyższym troygrańcu od lewey ręki, a iedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka iest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagoresa wpisywać: n. p: na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, na czwartym kolumnę z pod 4. Tabliczki z tektury ponieważ nie są czteroboczne, trzeba ich więcey zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy iednę liczbę brać przyidzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleść

się

się mogła. Tymże samym końcem, na dwoch lub trzech tabliczkach, same tylko cyfry popi sać trzeba, dla zażycia ich, gdy tego potrzeba będzie. Podźmy iuż do ich używania.

Na wspomnionych tedy Nepera Tabliczkach, tak się czyni, mianowicie liczb wielkich multyplikacya. Chcąc n. p: 5836. mnożyć przez 492; biorę naprzod tabliczki: E. H. C. F. na ktorych u wierzchu są liczby: 5,8.3.6. do rozmnożenia dane, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. *Powtore*: biorę tabliczkę A z liczbami naturalnemi, y kładę ią na lewym boku tabliczek iuż ułożonych, na ktorey znayduią się liczby 4,9,2, z ktorych rozmnożyciel składa się. *Potrzecie*: Poprzeczna kolumna liczby 2. ktora w rozmnożycielu znaczy iedności, iest produktem, z multyplikacyi daney liczby 5,836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9, ktora w rozmnożycielu znaczy dziesiątki, iest produktem daney liczby, przez drugą figurę multyplikatora 9. poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4, ktora w rozmnożycielu znaczy sta, iest produktem daney liczby przez trzecią figurę multyplikatora 4.

Teraz zbieram te trzy produkta, a nayprzod produkt wynikaiący z multyplikacyi przez 2, to iest: biorę nayprzod z ostatniego troygrańca 2. y piszę ie na osobney karcie, mieyscu iedności; potym w następuiącym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 y 6. ktore czynią 7. piszę ie na mieyscu dziesiątkow. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6, y piszę na mieyscu słow; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 y 0,

co

co mi czyni 1. piszę go na mieyscu tysięcy: naostatek z ostatniego od lewey ręki troygrańca biorę 1, y piszę go na mieyscu dziesiątkow tysięcy; wychodzi mi cały produkt z multyplikacyi daney liczby przez 2: 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, y mam produkt: 52524: że zaś 9 w rozmnożycielu znaczyły dziesiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dziesiątkow. Naostatek zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, y mam produkt: 23344, y zaczynam go pisać od kolumny stow, bo 4 w rozmnożycielu znaczyły sta:

	11672
	52524
Te trzy produkta parcyalne zebrawszy, mam nakoniec danych liczb produkt generalny:	23344
	2,871,312

TABLI-

TABLICZKI
NEPERA SZKOTA

A.	E.	H.	C.	F.	B.	D.	G.	I.	K.	L.
1	5	8	3	6	2	4	7	9	0	0
2	1/0	1/6	6	1/2	4	8	1/4	1/8	0	0
3	1/5	2/4	9	1/8	6	1/2	2/1	2/7	0	0
4	2/0	3/2	1/2	2/4	8	1/6	2/8	3/6	0	0
5	2/5	4/0	1/5	3/0	1/0	2/0	3/5	4/5	0	0
6	3/0	4/8	1/8	3/6	1/2	2/4	4/2	5/4	0	0
7	3/5	5/6	2/1	4/2	1/4	2/8	4/9	6/3	0	0
8	4/0	6/4	2/4	4/8	1/6	3/2	5/6	7/2	0	0
9	4/5	7/2	2/7	5/4	1/8	3/6	6/3	8/1	0	0

Tego sposobu multyplikowania, wielkich osobliwie liczb na tabliczkach Nepera, można zarownie zażyć w rozmnożeniu liczb rożnego gatunku, ale wprzod wszystkie gatunki na ieden zbić, lepiey podobno będzie; o ktorych to liczbach rożne gatunki w sobie zamykaiących, mowić teraz będziemy.

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb rożnego gatunku trafić się mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy przy-

przypadki trafić się mogą, to iest: iż albo sama rozmnożna liczba będzie złożona z liczb rożnego gatunku, albo sam rozmnożyciel, albo nakoniec y rozmnożna, , y rozmnażaiąca li-a będzie w sobie zamykała rożne rzeczy ga-u i.

. Jak sobie w każdym z tych trzech przypadkow postąpić trzeba?

I. W pierwszym przypadku gdy sama rozmnożna liczba, rożne gatunki w sobie zamyka, tedy przez rozmnożyciela, ktory się z iednego gatunku składa, każdy gatunek w liczbie do mnożenia daney multyplikuię, a po odprawioney multyplikacyi wsystkich gatunkow, niższe gatunki na wyższy gatunek sprowadzam, y będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

Przykład. Czerwony złoty podług świeżey redukcyi, zamyka w sobie złotych 16 y groszy 22. pytam czerw: złotych 12. wiele złotych uczynią? Układam sobie dane liczby podług wzwyż przepisanego prawa, a rozmnożyciela pod obydwoma gatunkami podpisuię, tym sposobem:

	złote.	grosze.	
	16.	22.	
Czerw: złotych	12.	12.	
Produkt złotych:	192.	264.	groszy.

Groszy 264: sprowadziwszy na złote, dzieląc przez 30. groszy, mam złotych 8. y groszy pozostałych 24. Dodaię złote do złotych, y mam ogułem złotych: 200. y groszy 24. ktore mi wyszły z czerwonych złotych 12.

II. W przypadku drugim, kiedy rozmnożyciel

ciel z wielu gatunkow, a liczba rozmnożna z iednego składa się, podobnie przez każdy gatunek rozmnożyciela multyplikuię osobno liczbę do mnożenia daną, a po skończoney multyplikacyi, gatunki niższe, na gatunek wyższy zredukowane, pokażą mi produkt generalny.

Przykład: Łokieć sukna płacąc po złot: 8. gr: 14. pytam wiele dać powinienem za tegoż sukna łokci 26? Układam dane liczby, y dwa razy piszę liczbę rozmnożną, tak:

Łokcie	26.	26.
Złote	-8.	gr: 14.
Produkt: -	208,	364.

Sprowadzam teraz grosze 364. na złote, dzieląc ie przez 30, y wychodzi mi złotych 12. y groszy 4. Dodaię złote do złotych, y mam cały produkt: złotych 220 gr: 4. ktore za 26 łokci sukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku, kiedy tak w rozmnożycielu, iako y w rozmnożney liczbie będą rożne gatunki, w ten czas wszystkie gatunki w obydwoch liczbach, na nayniższy gatunek redukuię, y dopiero maiąc liczby obydwie do iednegoż gatunku sprowadzone, multyplikuię ie między sobą; produkt zaś z rozmnożenia wypadaiący, na naywyższy gatunek redukuię. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groszy 9. pytam ile zarobi przez rok, y dni 20.

W tym przykładzie redukuię nayprzod rok na dni 365; do nich dodaię dni 20, y mam wszystkich dni 385. Potym sprowadzam złotych 2. na groszy 60, do tych dodaię groszy 9, y mam razem groszy 69. Nakoniec te liczby

czby zmultyplikowawszy, y na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych:

385.
69.

3465.
2310.

Produkt groszy: 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc ie przez 30, y będę miał złotych 885. a groszy 15. Tyle więc wspomniony rzemieślnik zarobi na rok cały y dni 20. Odcinaiąc atoli święta, w ktore nie robił, mniey mu zysku wypadnie.

27. Jaki iest sposob na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi?

Na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi sposob naylepszy iest przez dywizyą, ktory niżey obiaśniemy, gdy o dywizyi dostateczną naukę damy.

Przestroga. W multyplikacyi zarowno iest, tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze iedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się daie.

§. 5.

O dzieleniu liczb tak iednego, iako y rożnego gatunku.

28. Co iest dywizya czyli dzielenie?

Jest wynalezienie liczby takiey, ktora mi pokazuie, ile razy ze dwoch liczb do podzielenia danych, liczba mnieysza w liczbie większey

większey brać się może: n. p: dzieląc 9 przez 3. wypadnie 3, ktore mi pokazuią, że 3 w 9 mieszczą się trzy razy.

Albo też: dywizya; iest wynalezienie liczby takiey, ktora tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie podzielney, dzielnik czyli liczba, przez ktorą dzielę, mieści się. Tak n. p: dzieląc 8 przez 4, szukam takiey liczby, w ktorey tyle razy zamyka się iedno, ile razy cztery w ośmiu mieści się; iaka liczba w danym przykładzie iest 2.

29. Jak się liczby w dywizyi nazywaią, y iak się kładą?

1. Z liczb do podzielenia danych, liczba większa, ktorą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mnieysza, przez ktorą dzielę, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dywizyi wynikaiąca, zowie się: wieloraz *Quotiens* albo *Quotus*.

2. Układaią się zaś wspomnione liczby tak: liczba podzielna kładzie się we śrzodku; od lewey ręki kładzie się dzielnik, kreską od podzielney liczby odłączony; na prawey ręce za kreską kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się w iedney linii.

30. Jak się czyni Dywizya?

Nayprzod: Z liczby podzielney, zaczynaiąc od lewey ręki, ucinam tyle figur, ile ich iest w dzielniku, ktore ieżeli mniey wynoszą od dzielnika, przydaię im ieszcze iednę następuiącą figurę; a dla pamięci kreskę przy niey kładę. Potym uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może, y liczbę to wskazuiącą piszę na prawey ręce, za część pierwszą wieloraza.

Powtore: Przez tę część wieloraza multyplikuię całego dzielnika, a produkt wynikaiący odciągam od figur z liczby podzielney odciętych.

Potrzecie: Do reszty, ieżeli się iaka została, ktora od dzielnika zawsze mnieysza bydź powinna, składam następuiącą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ią kreską, y uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; y takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

Poczwarte: Przez tę drugą część wieloraza multyplikuię znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, ktorem dopiero dzielił, podłożywszy, odciągam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielney następuiącą figurę, y uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez ktorą multyplikuię znowu całego dzielnika, y tak daley czynię, poki wszystkich liczb podzielnych nieprzeydę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielney liczby składam, a dzielnik w niey brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę cyfrę, y składam zaraz drugą figurę z liczby podzielney, y obydwie przez dzielnika razem dzielę.

Po skończoney dywizyi, co się od ostatniego odciągnięnia zostaie, wyraża się przez liczbę łamaną, ktorey Licznikiem będzie reszta od ostatniego odciągnięnia pozostała, przydaiąc y te figury, ieżeli ktore przed dywizyą odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; y z tąd to rodzą się łamane liczby.

Przy-

Przykład; 1. Oyciec zostawuie 5. synom 14675. złotych; pytam wiele na każdego przypadnie? Układam liczby według daney nauki:

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
5	14,6,7,5,	2935.
	10	
	-46	
	45	
	- 17	
	15	
	- 25	
	25	
	- -	

W tym przykładzie, ponieważ dzielnik 5 w 1. brać się nie może, zaczym odcinam dwie figury z liczby podzielney, y mowię: 5 w 14, zamyka się dwa razy, piszę 2 za pierwszą część wieloraza, y rozmnożywszy 2 przez 5. czynią 10, ten produkt odciągam od pierwszych dwoch figur liczby podzielney, y zostaie mi się 4. do ktorych składam nastepuiącą figurę 6 z liczby podzielney, y mowię: 5 w 46. mieści się 9 razy; piszę 9 za drugą część wieloraza, a zmultyplikowawszy dzielnika 5 przez 9, wypada 45, ten produkt odciągam od 46. zostaie się 1, składam do niego następuiącą figurę 7 z liczby podzielney, y mowię: 5. w 17, biorę razy 3, piszę to 3. za trzecią część wieloraza; a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągam od 17, zostaie się 2, do ktorych składam z liczby podzielney ostatnią figurę 5, y mowię: 5 w 25. zamyka

się

się 5. razy, piszę 5 za czwartą część wieloraza, y rozmnożywszy 5. przez 5, wynika 25. ktore odciągaiąc od 25, nic się nie zostaie. Z owey tedy summy przypadnie każdemu Synowi po złotych: 2935.

Przykład II. Kupiłem postaw sukna czyli łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wiele złotych każdy łokieć przypadnie?

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
32	258	$8 + \frac{2}{32}$
	256	
	--2	

W tym przykładzie ponieważ się po odciągnięniu 2 zostały, piszę ie przez frakcyą, sposobem wyżey podanym $\frac{2}{32}$. Za każdy więc łokieć przypadnie po złot: 8, y po dwie części iednego złotego, podzielonego na 32. części, co uczyni około po dwa grosze.

31. Jaki iest sposob skrocenia, y ułatwienia sobie dywizyi?

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub więcey będzie, w ten czas dla skrocenia y ułatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku mogę ie odciąć; tyleż figur, albo cyfer z liczby podzielney od końca odcinaiąc.

Przykład I. Groszy 12840, chcąc redukować na złote: dzielę tę summę przez 30, bo ieden złoty tyle groszy w sobie zamyka.

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
3(0	12,8,4,(0	428.
	12	
	-- 8.	
	6	
	24.	
	24	
	- -	

W tym przykładzie odcinam cyfrę, y w dzielniku, y w liczbie podzielney; y dzielę tylko przez 3, co mi iest daleko łatwiey, a-niżeli prze 30. Wieloraz zaś bynaymniey się przez to nieodmienia, bo ile się figur odeymuie dzielnikowi, tyleż y liczbie podzielney, zaczym żadna się im krzywda nie czyni.

Przykład II. Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	16(4	5 $\frac{14}{30}$
	15	
	-1.	

W tym przykładzie ponieważ po odciągnięniu zostało się iedno, składam do niego 4 od-cięte, y piszę za licznika; a całego dzielnika kłądę za mianownika tak: $\frac{14}{30}$. Wspomnione więc dni uczynią mi miesięcy 5, y ieszcze się zostaie dni 14.

32. Jak inaczey można czynić dywizyą?

Można także czynić dywizyą przez faktory dzielnika. Faktory zaś iakiey liczby, iakośmy wyżey w multyplikacyi powiedzieli, są to te liczby, ktore między sobą rozmnożone, też samę liczbę rodzą.

Przykład. Na 240 włoki nakazano prowiantu żyta korcy 30 czyli garcy 960. Chce wiedzieć Kommissarz ile na każdą włokę garcy wypadnie ?

Faktor 1.
Dzielnik 24(0. 6 | 9,6,(0 | 16.
6
36
36
- -

Fakt: 11. 4. | 16, | 4.
16
- -

W tym przykładzie odcinam nayprzod cyfrę z dzielnika y z liczby podzielney. Potym cobym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24, dla łatwieyszey roboty, dzielę ią przez faktory dzielnika, 6 y 4, gdyż cztery razy sześć czynią 24. To iest: dzielę nayprzod daną liczbę przez iednego faktora czyli przez 6, a wieloraz wypadaiący 16, znowu dzielę przez 4 drugiego faktora, y wypada mi po 4 garce na każdą włokę.

Tego atoli sposobu dzielęnia nie zawsze można użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dzielnik na swoich faktorow rozdzielić się może.

Ponieważ naywiększa trudność w dzielęniu zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka się w podzielney liczbie, przeto dla zaczynaiących podam tu niektore łatwe na to sposoby.

33. Jak tedy można poznać wiele razy liczba mnieysza w większey mieyści się.

Troiakim tego można dochodzić sposobem: albo

albo przez tablicę Pitagoresa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmultyplikowanego w liczbach przydłuższych; albo nakoniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszernych.

34. Jak się odprawuie dywizya na tablicy Pitagoresa?

Kiedy dzielnik z iedney tylko składa się figury (albo y z więcey gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszey linii wierżchney A C (na kar: 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w teyże linii na doł pociągłey; tym sposobem w pierwszey kolumnie liczb naturalnych A B znaydę wieloraz. Niech będzie przykład następuiący:

Na Studentow 6 maiąc dzielić 42 obrazkow, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierzchney linii AC. Podzielney zaś liczby 42 szukam w teyże linii pod 6; a na kolumnie AB od ręki lewey znayduię wieloraz 7. Daley postępuię sobie według wzwyż podanych reguł o dywizyi.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełna nie znaydowała, biorę mnieyszą liczbę nayblizszą: n. p. Dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znayduię 26, biorę liczbę mnieyszą nayblizszą czyli 25, y znayduię w kolumnie od ręki lewey na doł ciągłey wieloraz 5, y zostaie się iedno. Takoż dzieląc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaie się 5.

35. Jaki iest sposob dzielęnia przywiększych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposob ten arcy iest łatwy y użyteczny, y na

na tym zależy: ażeby przed zaczęciem dywizyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9 rozmnożyć, y wszystkie z tey multyplikacyi produkta wynikaiące ieden pod drugim pisać, przydaiąc po drugiey stronie liniyki, te liczby, przez ktore dzielnik był rozmnożany, y będę miał, y wieloraz na boku, y prawdziwy produkt dzielnika multyplikowanego, do odciągnięnia go z liczby podzielney. Te albowiem produkta nic innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, y pokazuią mi, ile razy dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka się. Oto wizerunek tego w następuiącym przykładzie:

Dzielnik. Produkta iego aż do 9.		Liczba podz:	Wieloraz.
1	162	547,0,3,0,6,2,	337673 $\frac{36}{162}$
2	324	486	
3	486	610	
4	648	486	
5	810	1243	
6	972	1134	
7	1134	1090	
8	1296	972	
9	1458	1186	
		1134	
		-- 522	
		486	
	Zostaie się - -	36	

36. Jak

36. Jak nakoniec czyni się dywizya na tabliczkach Nepera?

Czyni się w następuiący sposob: Chcąc n. p. dzielić: 74056, przez 24, piszę nayprzod te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iak się o dywizyi powiedziało. *Powtore:* biorę tabliczki B. D. ktore na wierzchu maią liczby 2. y 4. z ktorych się dzielnik składa, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, a tabliczkę A z liczbami naturalnemi kładę na lewym boku. *Potrzecie:* odcinam z liczby podzielney pierwszą część, ktorą nayprzod przez dzielnika mam dzielić, iaka tu iest 74; a ponieważ wielorazy czyli liczby naturalne w pierwszey tabliczce znayduią się: 1. 2. 3. 4. 5. &c: pokazuią mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2. 3. 4. &c: multyplikowanego, iako się z przeszłego pytania, y z samego tabliczek robienia dorozumieć można; uważam tedy w ktorey poprzeczney kolumnie cząstka liczby podzielney 74 mieści się, ktorey że spełna nie znayduię, biorę mnieyszą naybliższą 72, y zaraz na lewey stronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, ktory na osobney karcie piszę. *Poczwarte:* odciągam 72 od 74, czyli od pierwszey części liczby podzielney, zostaie się 2. *Popiąte:* do tych 2 składam drugą część liczby podzielney cyfrę 0, y mam 20, w ktorey że dzielnik 24 brać się nie może, zaczym za drugą część wieloraza piszę 0, a z liczby podzielney składam następuiącą figurę 5, a tak mam 205. *Poszoste:* uważam znowu w ktorey poprzeczney kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażaiących, ta liczba 205, lub iey mnieysza nazbliż-

sza

sza mieyści się, y znayduię naybliższą w osmey kolumnie 192, a przy niey w pierwszey tabliczce wieloraz 8, co będzie trzecią częścią wieloraza. *Posiodme:* odciągam 192 od 205, zostaie się 13, do ktorych składam ostatnią figurę 6 z liczby podzielney, y mam 136. *Poosme:* szukam tedy liczby w kolumnie poprzeczney, y znayduię naybliższą 120, a przy niey w pierwszey tabliczce będzie 5, ktore piszę za czwartą część wieloraza. *Naostatek:* odciągam 120 od 136, y zostaie się mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz iest ten: 3085.

A.	B.	D.
1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

24	74,0,5,6,	$3085\frac{16}{24}$
	72	
	-205	
	192	
	-136	
	120	
	-16.	

Ukaza-

Ukazawszy rożne dzielęnia sposoby, podźmy iuż do dywizyi liczb rożne gatunki rzeczy w sobie zamykaiących.

37. Wieloraki w dzielęniu liczb rożnego gatunku trafić się może przypadek?

W dzielęniu liczb rozmaitego gatunku podobnie iak w multyplikacyi, troiaki trafić się może przypadek: bo albo sama liczba podzielna będzie w sobie zamykała rzeczy rożnego gatunku; albo sam dzielnik; albo nakoniec y dzielnik y liczba podzielna będzie złożona z liczb rożnego gatunku.

38. Co tedy w pierwszym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwszym przypadku, kiedy sama tylko liczba podzielna, z rożnych składa się gatunkow, a dzielnik z iednego, to wyższy gatunek liczby podzielney (ieśli nie iest mnieyszy od dzielnika) dzielę przez dzielnika, resztę zostaiącą sprowadzam na niższy następuiący gatunek, ktory znowu przez tego samego dzielnika dzielę, y tak daley.

Przykład. Na cztery Corki dzielę złotych 23650. y gr: 16; wiele się każdey dostanie?

Dzielnik	Liczba podzielna złote.	grosze.	Wieloraz złote.
4.	23,6,5,0,	16	5912
	20	60	
	-36	4 | 7,6,	grosze.
	36	14	19
	--5	36	
	4	36	
	10	--	
	8		
	2		

W tym

W tym przykładzie dzielę nayprzod daną summę złotych przez 4, y zostaie się mi złotych 2. te redukuię na groszy 60, dodaię do 16 groszy, y mam razem groszy 76, dzielę to przez 4, y nic mi się nie zostaie. Dla każdey tedy przyidzie z owey summy po złotych 5912. y po groszy 19.

Gdyby zaś naywyższy gatunek liczby podzielney był mnieyszy od dzielnika, to się wprzod redukuie na niższe gatunki, dopieroż się dzieli.

Przykład. Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. y groszy 18 do podzielęnia, pytam ile każdemu dać potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, sprowadzam wprzod 4. złot: na gr: 120. dodaię do nich 18, y mam groszy 138, teraz tę summę dzielę przez 6:

	złote.	grosze.
6	4	18
	30	
	120	
	18	
6	13,8	23
	12	
	18	
	18	
	--	

Każdemu więc ubogiemu dostanie się po. groszy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wielu gatunkow, y w przypadku trzecim, kiedy ydziel-

y dzielnik y liczba podzielna z rożnych gatunkow składaią się, trzeba wprzod gatunki wyższe na niższe redukować, tož czynić dywizyą; a po skończoney dywizyi, znowu gatunki niższe sprowadzić na wyższe, ieśli tego potrzeba.

Przykład I. Za pięć łokci sukna y ćwierć 1, zapłacono złotych 84, pytam ile łokieć kosztuie?

W tym przykładzie sprowadzam wprzod 5 łokci na ćwierci, przydaiąc do nich ćwierć 1, y mam ćwierci 21; potym redukuię złote dane 84. na grosze, mam 2520. groszy, ktore dzielę przez 21. Po odprawioney dywizyi znowu grosze redukuię na złote, y przypadnie za każdą ćwierć po złotych 4, a więc za łokieć po złotych 16.

```
Łok:  Cw:  | złote |
 5.    1.  |   84  |
 4.        |   30  |
---------  |  ---- |
 20        |  2520 |
  1        |       |   Grosze
---------  |       |
 21. |  25,20,     |    120.
     |  21         |
     |  ----       |                Złote.
     |  - 42       |   3(0 | 12(0 |  4.
     |    42       |       |      |
     |  -----      |
     |    --       |
```

Przykład II. Chcę 2475 talarow bitych y złotych 6, redukować na czerwone złote, po 16 Zł: y gr: 22, podług teraźnieyszey redukcyi, na ieden rachuiąc, pytam ile mi czerwonych złotych uczyni? W tym przykładzie wszystkie

kie gatunki wyższe sprowadzam na niższe, toż czynię dywizyą. Oto robota:

Złote.	Talery bite.
16	2475
30	8
480	19800
22	6
502	19806 Złote.
	30

502 | 594,1,8,0, | 1183 Czerw: Złot:

502

-921

502

4198.

4016

-1820

1506

-314 Grosze pozostałe.

Wypada więc czerwonych złotych 1183. złotych 10. groszy 14.

39. Na co ieszcze w dywizyi wzgląd mieć potrzeba?

Na to: iż dzielnik w liczbie podzielney nigdy więcey razy nad dziewięć brać się nie możc. *Powtore.* Ta liczba ktora się po odciągnięniu produktu od liczb do podzielenia wziętych zostaie, większa nad dzielnika, ani mu rowna bydź nie powinna, ale zawsze mnieysza; inaczey byłoby to znakiem, że wieloraz mnieyszy był wzięty, a niżeli się nale-

należało. *Potrzecie*: Jeżeli po wziętym wielorazie iakim, y rozmnożęniu go przez dzielnika, produkt większy wypadnie, aniżeli ta część z liczby podzielney, od ktorey ten produkt ma się odciągać, znakiem to iest, że wieloraz był nadto wielki wzięty, zatym mnieyszy brać się powinien. *Poczwarte*: Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielney znayduie się kresek położonych, przed złożęniem z niey figury, dla wynalezięnia wieloraza.

40. Jak się doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza się przez multyplikacyą, rozmnażaiąc wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodaiąc resztę, ieśli się iaka została; ieżeli ta summa we wszystkim rowna będzie liczbie podzielney, dobrże była uczyniona dywizya. Fundamentem tey proby, iest owe powszechne Arytmetykow *axioma* : *Destruit multiplicatio, quod fecit divisio*, to iest: wieloraz dywizyi przez multyplikacyą, powraca do liczb pierwszych, ktore do dzielęnia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dywizyi (na kar: 35.) Wieloraz 2935, rozmnożywszy przez dzielnika 5, produkt wypada rowny liczbie do podzielęnia daney.

Dzielnik.	Liczba podz:	Wieloraz.
5	14675	2935.
	.....	5 Rozmnożyc:
		14675 Produkt.

Multyplikacya zaś probuie się przez dywizyą, iakośmy wyżey (na karcie 32 namienili. Ponieważ bowiem według *axioma* Arytmetykow: *Restaurat divisio, quod destruxit multiplica-*

plicatio, to iest: produkt multyplikacyi przez dywizyą powraca się do liczb pierwszych, ktore były do mnożęnia dane; więc na sprobowanie dobrze uczynioney multyplikacyi, dzielę produkt wypadły przez rozmnożyciela, wieloraz liczbie do rozmnożęnia daney rowny bydź powinien, inaczey byłby błąd iaki w rachubie popełniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w multyplikacyi dany. Produkt wypadły 360, dzielę przez rozmnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, rowny we wszystkim liczbie do mnożęnia daney:

```
      45
       8
    -----
 8 | 36.0, | 45
   | 32    |
   | ----  |
    - 40
      40
    -----
     - -
```

Przypisek. Ponieważ dotąd bardzo często o liczbach y rzeczach rożnego gatunku mowiliśmy, y ieszcze nie raz o tym mowić nam przyidzie, zaczym za rzecz arcy potrzebną sądzę, rożnych miar, wag y liczb rozmaitych cenę y podziały na mnieysze gatunki, dla wygody Arytmetyki Uczączych się, tu położyć. Tak naprzykład:

Cetnar ieden ma w sobie kamieni - -	5
Kamień Krakowski ma funtow - -	26
Kamień Lwowski ma w sobie funtow -	36
Kamień pospolity ma funtow - -	30
Funt ieden ma w sobie łotow -	32

Łot

Łot ma gran 6. a kwintle - -	4
Uncya ma łotow - - -	2
Puda siana ma funtow - -	40
Łaszt Gdański zboża ma ćwiertni Krakowskich - - -	17
W ćwiertnię Krakowską wchodzi garcy	42
Korzec ma w sobie garcy - -	32
Korzec ma ćwierci - -	4
W puł korcu ćwierci 2, a garcy -	16
W ćwierci iedney garcy - -	8
Garniec ma kwart - - -	4
Kwarta ma kwaterek - - -	4
Bela iedna papieru ma ryz - -	10
Ryza papieru ma w sobie liber - -	20
Libra papieru ma arkuszy - -	24
Bela sukna ma w sobie postawow -	20
Postaw sukna ma łokci - -	32
Płotna sztuka ma w sobie łokci -	100
Pułsetek ma łokci - - -	50
Łokieć ma w sobie ćwierci -	4
Kopa ma w sobie snopow - -	60
Mędel ma snopow - - -	15
Tuzin ma liczby - - -	12
Grzywna ma w sobie groszy - -	48
Grzywna ma w sobie metalu łotow -	16
Sążeń ma w sobie stop - -	10
Stopa ma calow - - -	10
Cal ma liniy - - -	10
Mila ma stay - - - -	8
Staie ma krokow - - -	125
Więc mila iedna ma krokow - -	1000
Czerwony złoty, według redukcyi Roku 1775, ma złotych 16, grozsy -	$22\frac{1}{2}$
Taler bity ma złotych - -	8
Złoty ma groszy - - -	30

D Grosz

Grosz ma szelągow	-	-	-	3
Rok ma Miesięcy	-	-	-	12
Miesiąc ma pospolicie dni		-	-	30
Rok ma dni 365. godzin		-	-	5
Dzień ma z nocą godzin -		-	-	24
Godzina ma kwadransy		-	-	4
Kwadrans ma minut	-	-	-	15

§. 6.

Zamyka w sobie ciekawe niektore zadania, ktore przez pomienione prostey Arytmetyki reguły ułatwiaią się.

Zadanie I. Chcąc wiedzieć, iak dawno Polska stoi, tak sobie postępuię. Historya Polska dzieli się na 4. Epoki znacznieysze.

I.	Od Lecha (ktory przyszedł w Sarmackie kraie roku Pańskiego 550.) aż do Popiela II. zamyka w sobie lat -	290
II.	Od Piasta do Ludwika lat -	542
III.	Od Jagiellona do Zygmunta Augusta lat - - - -	190
IV.	Od Henryka Walezyusza do roku teraźnieyszego. - - -	203
	Summa - -	1225

Zbieram te summy parcyalne, y mam summę generalną 1225. Tyle więc lat iuż Polska stoi.

Można toż samo zadanie solwować przez Subtrakcyą, odciągaiąc od roku teraźnieyszego 1775, rok 550, y wypada 1225, to samo, co wyżey.

Zadanie II. Polacy Wiarę Katolicką przyięli Roku Pańskiego 965. Chcę wiedzieć, wiele

le lat temu, iak w iednego y prawego Boga uwierzyli y wierzą?

Rok 965. od teraźnieyszego odciągam, y mam lat 810.

Zadanie III, Prusy za Kazimierza IV. do Korony Polskiey przyłączone, y na trzy Woiewodztwa podzielone Roku Pańskiego 1466. Pytam wiele lat wyszło od tego złączęnia Prus z Polską?

Rok 1466 od teraźnieyszego odciągam, y mam lat: 309.

Zadanie IV, Sztuka Drukarska wynaleziona iest roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

Odciągam rok 1440 od roku teraźnieyszego 1775, y mam lat: 335.

Zadanie V. Prochow palących wynalazek przypisuią Bartoldowi Mnichowi Kolońskiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do strzelania wynaleziony?

Rok 1380 od teraźnieyszego odciągam, y mam lat 395, od prochu wynalezienia.

Zadanie VI. Jan pyta się mnie, wiele ma lat? y powiada, że się rodził Roku Pańskiego 1745. w Miesiącu Wrześniu, dnia 15 tegoż.

Ja żebym mu należycie odpowiedział; kładę w pierwszym rzędzie na Subtrakcyą, nie rok ten 1775, ktorego się mię o to pyta, ale rok przeszły; ponieważ ten ieszcze się nieskończył. A że się mnie o to spytał w Miesiącu Listopadzie, dnia 10; po latach kładę miesiące, po miesiącach dnie, w iedney linii.

Podobnież mnieyszą liczbę, ktorą mam odciągać, czyli rok, ktorego się Jan rodził, iednym zmnieyszam, a resztę dopełniam miesiącami

cami od Stycznia aż do tego, ktorego się urodził, czyli do Września, Tym sposobem:

Lata.	Miesiące.	Dni.
1774.	11.	10.
1744.	-9.	15.
--30.	-1.	25.

Ma tedy Jan do dnia dzisieyszego lat 30, miesiąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyiego urodzenia dochodzić się zawsze powinny.

Zadanie VII. Katarzyna pragnie wiedzieć, ktorego Chrystusa roku urodziła się; y mowi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29 od teraźnieyszego roku 1775. odciągam, y znayduię rok Pański: 1746, ktorego się Katarzyna urodziła.

Zadanie VIII. Z powszechnego Astronomow wymiaru, słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a Miesiąc na mil: 54900. Pytam iak wielka iest odległość Słońca od Miesiąca?

Odciągam liczbę mnieyszą od większey, y mam odległość Słońca od Miesiąca na mil Niemieckich: 20,081,700.

Zadanie IX. 2600 żołnierzom maiącym wystrzelić 12 razy, wiele ładunkow potrzeba?

Multyplikuię liczbę większą przez mnieyszą, y mam produkt: 31200. Tyle im więc ładunkow potrzeba.

Zadanie X. Ma Oyciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Rozmnażam lata Synowskie przez 2; produkt: 24 odciągam od lat Oycowskich 45; reszta

szta 21 pokazuie, że lat 21 Syn z Oycem pożywszy, będzie miał połowę lat Oycowskich. Bo 45 a 21, czynią 66; a z drugiey strony, 21 a 12, czynią 33. Co iest połową lat 66.

Zadanie XI. Obwod czyli Cyrkuł Okręgu ziemiowodnego dzieli się na 360 gradusow; w iednym gradusie iest mil Niemieckich 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwod całey ziemi?

Rozmnażam 360 gradusow przez 15, y mam okręgu ziemskiego mil: 5400.

Zadanie XII. Podrożny doświadczaiąc Arytmetyka, rzecze do niego: doydź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ię podrożnemu sekretnie multyplikować przez 9, a produkt podzielić przez 3. Wieloraz z tey dywizyi wypadaiący znowu każe mu multyplikować przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, ktory sam podzieliwszy sekretnie przez 18, dochodzi mil ubieżonych kwoty.

Daymy że mil ubieżonych było 30; zmultyplikowawszy ie przez 9, wypada produkt 270, ktory dzielę przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten multyplikuiąc znowu przez 6, wypada produkt: 540. Ten produkt podzieliwszy sobie sekretnie przez 18, będę miał wieloraz 30; ktory mi okazuie liczbę mil ubieżonych.

Zadanie XIII. Ma Pan roczney intraty: 35900 złotych; ta żeby mu na rok cały wystarczyła, chcę wiedzieć, ile na każdy dzień może expensować?

Dzielę daną summę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w sobie zamyka, y wy-

pada mi wieloraz : 98 złotych, groszy 10, y coś.

Zadanie XIV. W fortecy pewney było Husarow y Pancernych: 1470; na Pancernych raz tylko w tydzień przypadała warta. Pytam w ele było Husarow, a wiele Pancernych?

Dzielę 1470 przez 7, z ktorych się tydzień składa; wieloraz pokazuie mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten odciągnąwszy od 1470, resztą pokazuie mi liczbę Husarow.

Zadanie XV. Dwoch Braci proszą trzeciego o orzechy, ktore mu darowano. Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,
Szostąm dał Siostrze, wy chcecie ostatka?
Z tysiąca dwochset, tylko te mam w reście,
Ktorych zgadnąwszy liczbę, wszystkie weście.

Podziel *nayprzod* : 1,200 przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że Oyciec wziął: 600.

Podziel *powtore* : 1200 przez 4, a wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła: 300.

Podziel *potrzecie* : 1200 przez 6, a wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Te Summy parcyalne zniosłszy, summę z nich zebraną 1,100 odciągniy od 1,200. reszta od odciągnienia pozostała, pokaże, iż ieszcze zostało się mu orzechow 100, ktore dwom Braci swoim ofiarował.

Zadanie XVI. Zgadnąć ile kto w grze kościaney urzucił?

Każ niech ci owę liczbę Gracz podwoi tyle razy, ile mu się podoba; n. p: trzy razy, cztery razy; potym proś niech ci summę owę ukaże, ktorą ty tyle razy przez 2 podziel,

ile

ile razy podwoiona była liczba. Wieloraz pokaże ci prawdziwą liczbę urzuconych kości.

Daymy że Gracz urzucił 9, podwaiam, staie się 18; podwaiam znowu, staie się 36; znowu podwaiam, staie się 72; tę summę gdy przez 2, trzy razy podzielisz, bo trzy razy była podwaiana liczba urzucona 9, znaydziesz prawdziwą liczbę 9.

Zadanie XVII. Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę n p: 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do summy, ile zechcesz, byle ta liczba, ktorą przydaie, parzysta była, n. p. 8. będzie 38; te niech przez 2 podzieli, będzie 19; niech ci dopiero tę summę powie, od ktorey ty odciągny połowę tego, coś przydał, iak tu 4, reszta pokaże ci liczbę, ktorey szukasz, to iest: 15.

Zadanie XVIII. Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydał?

Człowiek to mi zadaiący, niech sobie pomyśli pieniędzy ile chce n. p. złot: 10. Tę summę, ktora zawsze parzysta bydź powinna, niechay potroi, będzie 30, potroioną niechay przez 2 podzieli, będzie 15. tak zmnieyszoną niechay przez 6 rozmnoży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę summę wyiawi, ktorą gdy przez 9. podzielisz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

Zadanie XIX. Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo obrazkow, albo fantow iakich, albo ile sobie na umyśle wystawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ią sobie na umyśle wystawuie, niech ią potroi, , tak potroioną niech podzieli przez 2. ieżeli ią dzielić spełna

na można, ieżeli nie, niechay doda iedno; potym znowu tę połowicę niechay potroi, tak potroioną niech znowu dzieli przez 2, dodaiąc iedno, ieśli potrzeba; naostatek niechay 9 tyle razy, ile można, odciągnie, y niech ci liczbę odrzuconych dziewiątkow powie, Ty za każdy dziewiątek odrzucony, pisz 4, a za pożyczoną iedność, pisz iedno, ieśli raz pożyczono; ieśli dwa razy, pisz 2; y tym sposobem doydziesz liczby, ktorey szuszukasz. N. p. myślę sobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę przez 2, pożyczywszy iednego, będzie 8, potraiam znowu, stanie się 24. dzielę, mam wieloraz 12, odrzucam 9. raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, pisze 4, a za pożyczoną iedność, piszę iedno, y mam 5, ilem sobie pomyślił.

Zadanie XX. Zgadnąć o ktorey godzinie wstał kto z łożka?

Sposob robienia tenże sam, co y w przeszłym zadaniu. N. p. wstał kto o godzinie 4, potraia to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, stanie się 18. dzieli przez 2, wypadnie 9; 9 z 9 wyrzuca raz, y powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ia za ieden dziewiątek wyrzucony piszę 4, y odpowiadam mu, że o czwartey godzinie wstał.

Zadanie XXI. Zgadnąć ile wierszy na iakiey karcie znayduie się?

Nayprzod każ sobie rachować wiersze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potroyną, tyle razy rachuiący niech pisze 70. Potym niech rachuie przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napisze 21. Naostatek niech rachuie wiersze przez 7, y niech tyle razy napisze

15,

15, ile się wierszy nad 7 zostało. Toż dopiero dodawszy te liczby, ktore z pozostałych wierszow powstały, od summy odciągniesz 105, ile razy będzie można, reszta pokaże ci liczbę wierszy, ktorey szukasz. Liczba iednak wierszy, ktorych szukasz, nad 6 większa bydź powinna. N. p. niech będzie na karcie wierszy 10, rachuiąc przez 3, zostanie się 1, zaczym piszę raz 70. rachuiąc przez 5, nic się niezostaie, nic więc nie piszę; rachuiąc na koniec przez 7, zostaie się 3, zaczym piszę trzy razy 15 czyli 45. Dodawszy te liczby, wypada summa 115. Odciągam od niey 105, zostaie się 10, ktorychem szukał.

Zadanie XXII. Zgadnąć ktorego dnia w tygodniu co kto uczynił.

Liczbę dnia tygodniowego, ktory sobie naumyśle wystawił, niechay nayprzod podwoi, potym tey liczbie podwoioney, niech przyda 5, na koniec tę summę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda cyfrę, y niech ci tę summę wypadłą powie. Ty od summy wypadłey odciągniy: 250, liczba stow pozostała z tego odciągnienia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, y tak daley. N. p. pisałem to w wtory dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwaiam tę liczbę, będzie 4, dodaię 5, stanie się 9, rozmnażam przez 5, wypadnie 45. przydaię cyfrę będzie 450. Odciągam z tey summy 250, zostanie się 200, ktore mi ukazuią dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Cyfry bowiem po odciągnięniu zaniedbuią się, iakoby ich nie było.

Zada-

Zadanie XXIII. Zgadnąć liczbę złotych, iaką kto ma przy sobie, lub iakąkolwiek kto sobie pomyśli, inszym sposobem, iak wyżey w Zadaniu XIX.

Do liczby pomyśloney, każ przydać 2, potym każ przydać na końcu 0; do tey summy znowu każ przydać 12, potym na końcu 0. Summę takową każ sobie powiedzieć: od ktorey gdy odeymiesz 320, a potym gdy odrzucisz dwa zero: 00, liczba ktora się zostaie, iest liczba złotych pomyślona. N. p. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawszy iey 2, będzie 7, przydawszy potym 0, będzie 70, znowu przydawszy 12, będzie 82, przydawszy potym 0, będzie 820. Z tey summy gdy odciągniesz sekretnie 320. zostanie się 500; odrzuciwszy dwie cyfry, zostanie się 5, liczba złotych pomyślona.

Zadanie XXIV. Zgadnąć w ktorey kto ręce ma do pary złotych, lub inszych fantow, a w ktorey nie do pary?

Każ multyplikować liczbę złotych, ktore są w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzystą liczbę, n. p. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, ktore są w lewey ręce, każ multyplikować przez liczbę nieparzystą, n. p. przez 3 albo przez 5, albo przez 7, albo przez inszą tym podobną. Toż obydwa te produkta, każ w iednę summę zebrać. Summę tę ze dwoch produktow złożoną, każ sobie powiedzieć, ktora ieśli będzie parzysta, to iest: ieśli się da rozdzielić na dwie połowy rowne, to w prawey ręce iest liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da

się

się rozdzielić na dwie połowy rowne, lecz 1 będzie zostawać, to w prawey ręce, iest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary.

N. p. Niechby w prawey ręce było złotych 4. a w lewey 3. Kazawszy rozmnożyć 4 przez 2, potym 3 przez 3, a te dwa produkta 8+9, razem zniosłszy, będzie summa 17, ktora że się na dwie połowy rowne rozdzielić nie da, bo dzieląc 17 przez 2, zostaie się 1, więc w prawey ręce, iest liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary, &c.

Dotąd mowa była o liczbach całkowitych, teraz mowić będziemy o liczbach łamanych.

ROZDZIAŁ II.

O rachunkach liczb łamanych.

§. 1.

O liczbach łamanych w ogulności, y ich własnościach.

1. CO iest liczba łamana czyli frakcya?

Jest część, albo kilka części, rzeczy iakiey na kilka rownych części podzieloney. Tak n. p. podzieliwszy złoty na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mowi się: że mam dwie części ze trzech, albo dwa ze trzech: co na piśmie tak się wyraża: $\frac{2}{3}$.

2. Jak się pisze y wyraża liczba łamana?

Liczba łamana składa się zawsze ze dwoch liczb; z ktorych iedna pisze się nad liniyką, a druga pod liniyką; n. p. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{15}$. Y wyraża się tak: iedna ze dwoch albo połowa, iedna ze czterech, dwie z pięciu, cztery z dziesięciu, pięć z pietnastu, to iest cząstek.

3. Jak

3. Jak się nazywaią te liczby?

Wyższa nad liniyką położona, zowie się Licznik (Numerator) niższa zaś pod liniyką, zowie się Mianownik (Denominator) Niższa nazywa się Mianownikiem dla tego, bo mi mianuie, na wiele części rzecz iaka iest podzielona. Wyższa zaś Licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele ia mam części z rzeczy podzielney; n. p. $\frac{3}{9}$ znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

4. Wieloraka bydź może frakcya?

Dwoiaka: właściwa y niewłaściwa.

5. Kiedy iest właściwa, a kiedy nie właściwa frakcya?

Kiedy licznik iest mnieyszy od mianownika, na ten czas frakcya iest właściwa, y znaczy mniey, iak iedno całkowite; n. p. $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczy mi tylko, iak niżey obaczemy, groszy 12.

Kiedy zaś licznik iest rowny mianownikowi, na ten czas frakcya iest niewłaściwa, y znaczy mi iedno całkowite, n. p. maiąc $\frac{3}{3}$ iednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tey rzeczy, ktora na też same trzy części podzielona była.

Kiedy nakoniec licznik iest większy od mianownika, na ten czas frakcya zowie się takoż niewłaściwa, albo zmyślona, y znaczy mi więcey, iak rzecz całą. N. p. maiąc $\frac{5}{3}$ złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na ktore złoty był podzielony, y dwie procz tego części drugiego złotego, na takoweż rowne części podzielonego; to iest mam złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego złotego, to

iest

iest groszy 20. Y właściwie tak się wyraża: 1 $\frac{2}{3}$. (a)

6. Co iest ułamek liczby łamaney, czyli frakcya frakcyi?

Ułamek liczby łamaney, iest to część od sameyże łamaniny czyli frakcyi odcięta. Tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi się: że mam połowę ze dwoch części podzielonych na trzy, y pisze się tak: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$. Liniyka te dwie frakcye przedzielaiąca okazuie, że pierwsza frakcya iest częścią frakcyi następuiącey. Tak n. p. maiąc $\frac{2}{3}$, dwie części ze trzech iednego złotego, to iest groszy 20, gdy z tych daię drugiemu $\frac{1}{2}$ połowę, mowi się: żem mu dał połowę ze dwoch części podzielonych na trzy iednego złotego, to iest groszy 10.

7, Jakie są znaki Arytmetyczne dla uniknienia wszelkiego w rachunku zatrudnienia?

Są te następuiące wszystkim Rachmistrzom powszechne:

Znak rowności między liczbami iest taki $=$ n. p. a $=$ b, znaczy że cena przez literę a wyrażona, rowna iest we wszystkim cenie, ktora się przez b wyraża.

Znak Addycyi iest taki: $+$, y nazywa się więcey (plus) co w Polskim ięzyku wyrazić się może przez literę a; n. p: 2 $+$ 4. $=$ 6, znaczy, że

---

[a] Liczby łamane powstaią czyli rodzą się, albo z reszty po dywizyi zostaiącey, iakośmy wyżey namienili; albo kiedy liczba podzielna, mnieysza iest od swego dzielnika; w ten czas bowiem dywizya wyraża się przez frakcyą, dawszy przez śrzodek liniykę: n. p. Chcąc dzielić 5 przez 12, ponieważ liczba podzielna 5 mnieysza iest od dzielnika 12, więc dywizya wyraża się przez frakcyą tak: $\frac{5}{12}$, pięć podzielone przez dwanaście.

że dwa a cztery, czynią 6, albo są rowne sześciu.

Znak Subtrakcyi iest taki: —, y nazywa się mniey (*minus*) n: p: 5 — 3 = 2, znaczy że pięć zmnieyszone trzema, rowna się dwom.

Znak multyplikacyi iest taki: X n. p: 5 X 2 = 10, znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, rowna się dziesięciom.

Znak Dywizyi wyraża się przez frakcyą, w ktorey liczba do podzielenia dana kładzie się za Licznika, a Dzielnik za Mianownika. N. p. $\frac{8}{2}$ = 4, znaczy, że ośm podzielone przez 2, rowna się czterem.

Znak proporcyi rozdzielney czyli względu rownego między liczbami iest taki : : n. p: 2. 4 : : 5. 10, znaczy, że między 2 y 4 taż sama zachodzi rożnica, tenże sam wzgląd, co między: 5 y 10, to iest: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieszczą się.

Znak Proporcyi ciągłey iest taki: ∺ z samego początku położony. N. p. ∺ 1. 2. 4. znaczy, że śrzednia liczba 2, dwa razy się bierze, raz iako 1, (iedno) dwa razy w sobie zamyka, drugi raz iako sama w 4 dwa razy wzaiemnie mieści się.

8. Ktore są prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomata* do doskonalszego liczb łamanych zrozumienia potrzebne?

Są te trzy następuiące:

AXYOMA I.

JEdno tak się ma do całey łamaniny czyli do frakcyi całey, iak się ma Mianownik teyże frakcyi do swego Licznika. N. p. 1. $\frac{2}{3}$: : 3. 2. Jedno tak się ma do dwoch części ze trzech, iak

iak się ma Mianownik 3 do Licznika 2. Jedno bowiem iest to rzecz cała niepodzielona, ktora tak się ma do swoich części przez całą frakcyą wyrażonych, iak się ma Mianownik, tož samo iedno na części podzielone oznaczaiący, do tychże samych swoich części w Liczniku zamkniętych. Czyli krocey: iak się ma iedno do swoich części, tak się ma tož iedno, do tychże samych części. Obiaśniymy to przykładem: niech będą $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego złotego, to iest: gr: 20. Złoty więc ieden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to iest: do gr: 20, ktore cała frakcya $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się maią gr: 30, czyli złoty do gr: 20, to iest: iak się ma Mianownik do swego Licznika.

AXYOMA II.

FRakcye, w ktorych Liczniki iednakową do swoich Mianownikow maią proporcyą, są rowne y iedney ceny. N. p: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{12}$. Ponieważ w każdey z tych frakcyi, Licznik dwa razy zupełnie mieści się w swoim Mianowniku, dla tego wszystkie te frakcye znaczą połowę.

AXYOMA III.

JEżeli tak Licznika iako y Mianownika iakiey frakcyi przez tęż samę liczbę rozmnożę, albo podzielę, waloru frakcyi bynaymniey nie odmienię. N. p. następuiącey frakcyi $\frac{3}{6}$ rozmnażaiąc przez 5 tak Licznika 3 iako y Mianownika 6, wypadnie frakcya: $\frac{15}{30}$, ktora tož samo znaczy, co pierwsza. Podobnież daney frakcyi tak Licznika 3 iak Mianownika 6 dzie-

ląc

ląc przez 3, wynika frakcya $\frac{1}{2}$ teyże samey, co y pierwsza ceny.

§. 2.

O sprowadzeniu liczb łamanych na mnieysze terminy, y o dochodzeniu ich waloru albo ceny.

9. WIelorakim sposobem można frakcye na naymnieysze terminy sprowadzać, y dla iakiego końca?

Frakcye na naymnieysze terminy dwoiakim sposobem można sprowadzać: albo przez miarę powszechną naywiększą; albo przez liczbę na domysł wynalezioną taką, ktoraby mi Licznika y Mianownika spełna dzieliła. Sprowadzaią się zaś na mnieysze terminy dla tego, ażeby ie rachować, y ceny ich dochodzic łatwiey y prędzey można było.

10. Co to iest miara powszechna dwoch liczb naywiększa, y dla czego tak się nazywa?

Miara dwoch liczb powszechna naywiększa, iest ta liczba, ktora dwie dane liczby zupełnie y bez naymnieyszey reszty dzieli. N. p. między 6 y 9, miara powszechna naywiększa iest 3; gdyż przez te 3 podzieliwszy 6, wychodzi spełna dwa 2, a podzieliwszy 9. wychodzi 3, także bez naymnieyszey reszty. Podobnie liczb 12 y 15, miara powszechna naywiększa iest 3. Dla tego zaś liczba takowa nazywa się miarą naywiększą, że liczb danych przez nię dzielonych, żadna inna liczba większa nad nię zarownie podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwoch liczb znaleść miarę powszechną naywiększą?

Znayduie się tym sposobem: liczbę większą przez

przez mnieyszą, a potym przez resztę, Dzielnika do poty dzielę, aż poki nic się z liczby podzielney (wielorazy zawsze porzucaiąc) nie zostanie, ostatni Dzielnik będzie miarą powszechną naywiększą : n. p. Niech będą liczby A y B: ktorych szukam miary powszechney nayw iększey :

```
B.136 | A. 248 | 1
      |    136 |
      |--------
       C. 112 | B.136 | 1
              |   112 |
              |-------
               D. - 24 | C.112 | 4
                       |    96 |
                       |-------
                        E. 16 | D. 24 | 1
                              |    16 |
                              |------ | E. 16 | 2
                         F. - 8       |    16 |
                                      |-------
                                         - -
```

Nayprzod tedy liczbę większą A przez liczbę B. dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C dzielę liczbę mnieyszą B; a porzuciwszy y tu wieloraz, znowu przez zostaiącą się resztę D dzielę liczbę C; gdzie znowu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzielę liczbę E; ktora liczba F że bez żadney reszty podzieliła liczbę podzielną E, y nic się po odciągnieniu nie zostało, zaczym 8 dwoch liczb A y B na początku danych, iest miarą powszechną nayw iększą, ktorey szukałem; a zatym podzieliwszy przez 8 nayprzod liczbę B 136, wypada mi 17, potym liczbę A

248, wypadnie mi 31, bez naymnieyszey od podzielenia obydwoch danych liczb reszty, y będę miał: 136. = 17, a 248 = 31, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład II. Szukam naywiększey powszechney miary między następuiącemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

```
L.102 | K. 438 | 4
      |    408 |
      |________|
       M. -30  | L. 102 | 3
               |     90 |
               |________|
                N. - 12 | M. 30 | 2
                        |    24 |
                        |_______|
                         O. - 6 | N. 12 | 2
                                |    12 |
                                |_______|
                                    - -
```

Między temi dwiema danemi liczbami naywiększa powszechna miara iest 6, przez ktore dzieląc liczbę L, wypadnie spełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reszty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po skończoney dywizyi danych liczb zostanie się co, czego to iest znakiem?

Jeżeli po skończoney tym sposobem między dwiema danemi liczbami dywizyi, zostaie się iedno, znak to iest, że liczby dane żadney powszechney miary między sobą nie maią, y zowią się liczby niezmierzyste, (numeri incommensurabiles) iako się to daie widzieć w następuiących liczbach, pod literami P y Q wyrażonych:

```
Q. 37 | P. 85 | 2
      |    74 |
      | ----- |
        R. 11 | Q. 37 | 3
              |    33 |
              | ----- |
                S. - 4 | R. 11 | 2
                       |     8 |
                       | ----- |
                         T. - 3 | S. 4 | 1
                                |    3 |
                                | ---- |
                                     1
```

Ze tedy po podzieleniu dwoch liczb P y Q zostaie się 1, znak iest, że owe liczby żadney powszechney miary mieć nie mogą; zaczym przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obydwoch nic nie zostało.

Jnni szukaią także powszechney miary przez Subtrakcyą, odciągaiąc liczbę mnieyszą od większey do poty, aż poki liczba, ktorą odciągam, y reszta po odciągnieniu, nie będą sobie rowne. Liczba po odciągnieniu pozostała będzie miarą powszechną naywiększą: n. p. Szukaiąc miary powszechney między liczbami: 32 y 80; odciągam 32 od 80, zostaie się 48; od tych znowu odciągam 32, zostaie się 16; te 16 odciągam od 32, zostaie się 16, rowna reszta liczbie, ktorąm odciągał. Zaczym ta reszta 16 iest miarą powszechną naywiększą danych liczb 32 y 80, przez ktorą obydwie liczby podzieliwszy, wypadną liczby 2 y 5.

Okazanie czyli demonstracya tey Operacyi przez się iest iawna. Bo przez nieustanne owe liczby mnieyszey od większey, czy to przez Dywizyą, czy przez samo naturalne

odciąganie, przyiść naostatek koniecznie musiemy do takiey liczby, ktoraby danych liczb rownym była wymiarem, albo przynaymniey wskazała nam, że między danemi liczbami żadney miary powszechney znaleść nie można.

13. Ktory iest drugi sposob sprowadzenia liczb danych na mnieysze terminy?

Ten sposob iest bardzo łatwy y prędki, y na tym zawisł, aby spoyrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, ktoraby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; iaka liczba nayczęściey trafia się 2, y insze tym podobne: n. p. Te liczby 36 y 96 chcąc na mnieysze terminy redukować, widzę, że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę ie więc nayprzod przez 2, wypadną te: 18 y 48. Te znowu dzielę przez 2. wypadną liczby 9 y 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi: 3 y 8; daley przez żadną liczbę obydwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z Axyom: 3.

14. Jak się tedy liczba łamana na naymnieysze terminy sprowadza, nieodmieniaiąc bynaymniey iey ceny?

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną naywiększą, albo przez liczbę napamięć wynalezioną, tak Licznik iako y Mianownik daney frakcyi dzieli się: wieloraz z Licznika

---

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym zażyta bydź może za naywiększą powszechną miarę między sobą y drugą liczbą daną. Tak 7 iest naywiększą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypadnie 1, a 21. podzieliwszy przez 7, wypadnie 3, bez żadney od oboyga liczby reszty.

cznika będzię nowym Licznikiem, a wieloraz z Mianownika będzie nowym Mianownikiem frakcyi nowey, daney we wszystkim rowney, przez Axyom: 3. N. p. frakcyą następuiącą: $\frac{60}{96}$ chcąc sprowadzić do naymnieyszych terminow, szukam naywiększey powszechney miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżey podanym; y znayduię 12; przez te 12 dzieląc Licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc Mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nową frakcyą w naymnieyszych terminach: $\frac{5}{8}$ pierwszey we wszystkim rowną.

Toż samo wypadnie dzieląc Licznika y Mianownika przez liczbę na domysł wynalezioną, n. p. przez 3, a potym te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będę miał: $\frac{5}{8}$ iak wyżey.

Przykład II. Frakcyą następuiącą: $\frac{128}{272}$ chcę sprowadzić na naymnieysze terminy. Przez miarę powszechną 16, dzielę tak Licznika, iako y Mianownika daney frakcyi, wynika mi nowa frakcya pierwszey rowna: $\frac{8}{17}$. Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby n. p. przez 2, potym przez 4, potym znowu przez 2, będzie nowa frakcya: $\frac{8}{17}$ pierwszey rownaiąca się zupełnie.

15. Jak się dochodzi, wiele ktora frakcya waży?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik daney frakcyi multyplikuie się przez te cząstki, z ktorych się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez Mianownika teyże frakcyi; wieloraz ukaże mi, co frakcya owa ważyła: n. p. Chcąc wiedzieć, wiele mi uczynią $\frac{2}{5}$ dwie z pięciu części iednego złotego? Rozmnażam Licznika 2 przez cząstki złotego, z ktorych się

składa, to iest: przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez Mianownika 5, wychodzi Wieloraz: 12, ktory mi ukazuie, że $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczą groszy 12.

§. 3.

O sprowadzeniu liczb łamanych do iednego Mianownika.

16. CO to iest sprowadzić frakcyą do iednego Mianownika, y na co?

Jest to uczynić, ażeby frakcye rożnych Mianownikow maiące, iednego potym Mianownika miały, nieodmieniwszy w niczym wewnętrzney swoiey ceny, iak się niżey w przykładach pokaże. Dla tego zaś sprowadzaią się, aby ie dodawać y odciągać można było; o czym niżey.

17. Jak tedy dane frakcye do iegnego Mianownika sprowadzać?

Tym następuiącym sposobem: niech dędą n. p. te dwie frakcye: $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$, ktore chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Rozmnażam nayprzod między sobą danych frakcyi Mianowniki, y mam produkt 15, ktory dwa razy pod liniykami piszę, bo dwie frakcye do iednego Mianownika sprowadzam. Ten produkt dwa razy napisany, będzie pospolitym Mianownikiem nowych frakcyi. Potym szukam nowych Licznikow: rozmnażaiąc Licznika frakcyi pierwszey na krzyż przez Mianownika drugiey, y mam nowego Licznika frakcyi pierwszey $\frac{10}{15}$. Toż rozmnażam Licznika frakcyi drugiey na krzyż przez Mianownika pierwszey, y mam nowego Licznika frakcyi drugiey

gey $\frac{9}{15}$. Te nowe frakcye pierwszym danym we wszystkim są rowne przez Axyom: 3, y iednego maią Mianownika. Oto przykład:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{10}{15} \frac{9}{15}.$$

18. Jeżeli więc iakie dwie liczby łamane dane będą, iak ie do iednego Mianownika sprowadzać trzeba?

Tymże samym prawie, co wyżey, sposobem. Nayprzod Mianowniki wszystkich frakcyi między sobą rozmnażam, y mam pospolitego dla nowych frakcyi Mianownika. Licznikow zaś nowych tak szukam: rozmnażam na krzyż Licznika pierwszey frakcyi daney, przez Mianowniki inszych frakcyi, procz własnego Mianownika, y będę miał nowego Licznika dla pierwszey frakcyi nowey. Dla wynalezienia Licznika dla drugiey frakcyi, teyże frakcyi Licznika danego rozmnażam przez dane Mianowniki inszych frakcyi, procz tylko Mianownika własnego, y tak daley. Niech będą n. p. następuiące frakcye: $\frac{1}{3} \frac{2}{4} \frac{3}{5}$, ktore chcę do iednego Mianownika sprowadzić. Nayprzod tedy Mianowniki dane między sobą rozmnażam: trzy razy cztery, są 12; y znowu pięć razy dwanaście, są 60; mam już Mianownika dla nowych frakcyi pospolitego. Teraz szukam Licznika dla pierwszey frakcyi tak: biorę danego Licznika 1, y rozmnażam go przez Mianowniki inszych frakcyi, procz swego, to iest: rozmnażam go przez 4 y przez 5, mam produkt 20, ktory piszę za Licznika frakcyi pierwszey nowey. Potym rozmnażam Licznika danego drugiey frakcyi 2, przez Mianowniki, procz swego, to iest: przez 3 y przez 5, mam produkt: 30, ktory piszę za Licznika

dru-

drugiey frakcyi nowey. Naostatek rozmnażam Licznika danego frakcyi trzeciey 3, przez inne Mianowniki procz swego, to iest: przez 3 y przez 4; mam produkt 36, ktory piszę za Licznika frakcyi nowey trzeciey. Mam tedy nowe frakcye z iednakowym Mianownikiem, we wszystkim danym frakcyom proporcyonalnie rowne. Oto przykład:

$$\frac{1}{3}\,\frac{2}{4}\,\frac{3}{5} = \frac{20}{60},\ \frac{30}{60},\ \frac{36}{60}.$$

Tym sposobem choćby naywięcey frakcyi mogę łatwo do iednego Mianownika sprowadzić.

19. Jak inaczey można frakcye do iednego Mianownika przywieść, y kiedy?

W ten czas można łatwiey y krocey dane frakcye do iednego Mianownika przywieść, kiedy Mianownik iedney ze dwoch frakcyi spełna dzieli Mianownika frakcyi drugiey; bo na ten czas przez wieloraz, z tey dywizyi wypadaiący, rozmnożywszy Licznika y Mianownika frakcyi mnieyszey, to iest tey frakcyi, ktorey Mianownik Mianownika frakcyi drugiey spełna podzielił; obydwie łamane liczby będą miały iednakowego Mianownika: na przykład. W tych frakcyach: $\frac{3}{4}\,\frac{5}{12}$, ponieważ Mianownik 4 pierwszey frakcyi zamyka się zupełnie trzy razy w Mianowniku 12 drugiey frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnażam Licznika y Mianownika pierwszey frakcyi mnieyszey: 3 X $\frac{3}{4}$, mam $\frac{9}{12}$, ktora frakcya tegoż samego ma Mianownika, co y druga $\frac{5}{12}$. Oto przykład:

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{12} = \frac{9}{12},\ \frac{5}{12}.$$

20. Jak poznać można większość iedney frakcyi od drugiey?

Z nau-

Z nauki w tym paragrafie daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyi iest większa, ktora ma większego Licznika, sprowadziwszy ie wprzod do iednego Mianownika, iako w danych przykładach widzieć się daie.

§ IV.

O ſprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, y przeciwnie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamaney.

21. JAk liczbę łamaną na liczby całkowite obrocić?

Kiedy frakcya Licznika albo rownego, albo większego ma od Mianownika, w ten czas, iako się wyżey powiedziało, frakcya taka iest niewłaściwa, y przeto obraca się na liczby całkowite bardzo łatwo, tym sposobem: Licznik frakcyi daney dzieli się przez swego Mianownika, wieloraz wypadaiący pokaże liczbę całkowitą. N. p. maiąc: $\frac{5}{5}$ pięć z pięciu części iednego złotego, dzielę Licznika 5. przez Mianownika 5, y wypada ieden złoty. Podobnie $\frac{16}{8}$ talara bit: znaczy talerow bitych 2.

22. Jeżeli po odprawioney dywizyi co się zostaie, co z tym czynić potrzeba?

Na ten czas reszta pozostała od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za frakcyą z tymże samym Mianownikiem, ktory teraz dzielnikiem był: n. p. Maiąc $\frac{15}{6}$ złotego; po uczynioney dywizyi, mam złotych 2 $\frac{3}{6}$, albo $\frac{1}{2}$, iednę ze dwoch części, czyli połowę złotego, to iest: groszy 15. (c)

23.

---

[c] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary mnieysze na większe: tak $\frac{240}{20}$ groszy = złotym 12. Tak $\frac{8}{4}$ ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie iak się liczba całkowita na liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika przywodzi?

Przywodzi się tak: dana liczba całkowita rozmnaża się przez danego Mianownika, produkt wypadaiący będzie iego Licznikiem: n. p. Chcę 4 obrócić na liczbę łamaną, ktorey Mianownikiem ma bydź 5. Rozmnażam daną liczbę całkowitą 4 przez danego Mianownika 5, a produkt wypadaiący piszę za Licznika, y mam frakcyą $\frac{20}{5}$ rowną we wszystkim daney liczbie całkowitey 4; gdyż 20 podzieliwszy przez 5, wypadną nazad 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych sprowadzić do Mianownika 30; rozmnażam 30 przez 6, wychodzi łamana liczba $\frac{180}{30}$, to iest: groszy 180 = 6 złotym. (d)

24. Jedno iak się na frakcyą obraca?

Ponieważ iedno nic nierozmnaża, więc to iedno całkowitey liczbie za Mianownika podkładam, y staie się niby frakcya. N. p. $\frac{7}{1} = 7$. $\frac{9}{1} = 9$. Czego niżey w rozmnożeniu y podzieleniu liczb łamanych niemały pokaże się pożytek y używanie.

25. Co tu ieszcze uważać y zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą, w ten czas do produktu przydać trzeba Licznika frakcyi daney. N. p. 3 y $\frac{2}{5}$ chcąc sprowa-

[d] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi, y miary większe na mnieysze, rozmnożywszy ie przez monety, wagi, y miary mnieysze, ktore w sobie zamykaią. Tak Talerow bitych 20, rozmnożywszy przez 8, mam złotych: 160. Korcy 10 rozmnożywszy przez 32, mam garcy: 320.

wadzić do Mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodaię do produktu 15, Licznika 2, y mam nową frakcyą: $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.

Poydźmy iuż do ułomkow liczby łamaney.

26. Jak ułomki liczby łamaney na iednę prostą frakcyą sprowadzić?

Trzeba rozmnożyć tak Liczniki, iako y Mianowniki między sobą, wypadnie iedna frakcya pierwszym zupełnie rowna: n.p. Z tych dwoch frakcyi: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$, z ktorych pierwsza iest ułomkiem drugiey, chcąc iednę frakcyą zrobić: rozmnażam osobno Liczniki między sobą: 1 X 2; y Mianowniki: 2 X 3 Produkt z Licznikow 2, będzie nowym Licznikiem, a produkt z Mianownikow 6, będzie nowym Mianownikiem frakcyi tey $\frac{2}{6}$, rowney we wszystkim daney frakcyi z iey ułomkiem: $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$.

27. Jak to można przykładem iakim obiaśnić?

Wspomnionym przykładem tak to obiaśniam: maiąc $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$ iednego złotego, to iest: groszy 10, iednoż iest, iak gdybym miał $\frac{2}{6}$ tegoż samego złotego. Bo frakcya $\frac{2}{6}$ na mnieysze terminy sprowadzona, czyni: $\frac{1}{3}$, to iest: groszy 10; a ponieważ 10 gr: $= \frac{1}{2}|\frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 10$. Więc groszy 10 = 10 groszy.

Toż samo czynić potrzeba, kiedy więcey ułomkow iedney frakcyi przyidzie na iednę frakcyą zbierać. N. p. następuiącey frakcyi ułomki: $\frac{3}{4}|\frac{2}{3}|\frac{4}{6}$, w iednę zbiwszy, będę miał frakcyą tę: $\frac{24}{72}$ danym ułomkom zupełnie rowną. (e)

§. 5.

---

[e] Ułomki liczb łamanych ztąd powstaią, kiedy iaka frakcya obraca się w inszą do danego Mianownika, a Mianownik pierwszey frakcyi produkt wypadły nie

§. 5.

O dodawaniu y odciąganiu liczb łamanych.

28. JAk liczby łamane dodawać?

Jeżeli łamane liczby do zniesienia dane maią iednego Mianownika, tak się w nich czyni addycya: dodaią się wszystkie Liczniki, a summie tenże sam Mianownik dany podpisuie się: n. p. Chcąc dodać te frakcye: $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$, zbieram Liczniki, y mam z nich summę zebraną 15, ktorey podkładam pospolitego Mianownika, y wypada frakcya: $\frac{15}{12} = 1 + \frac{3}{12}$, czyli $= 1 + \frac{1}{4}$.

Jeżeli zaś liczby łamane, ktore mam dodawać, rożnych maią Mianownikow, takowe wprzod sprowadzam do iednego Mianownika przez pytanie 17, dopieroż zbieram Liczniki spo-

---

spełna dzieli, z tąd rodzi się frakcya frakcyi. Na przykład. Chcąc $\frac{2}{3}$ sprowadzić do frakcyi, ktoraby miała Mianownika 5; rozmnażam Licznika 2, przez danego Mianownika 5, mam produkt 10, ten dzielę przez Mianownika pierwszey daney frakcyi 3; po dywizyi zostaie się 1; więc kładę wieloraz 3 nad Mianownikiem 5, tak: $\frac{3}{5}$, y zaraz przyłączam frakcyą z reszty wynikaiącą, z dawnym Mianownikiem $\frac{1}{3}$, ktora iest ułomkiem liczby łamaney, tak ie pisząc: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} | \frac{1}{5}$, y tak ie wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone od Mianownika pięciu, czynią trzy z Pięciu, y ieden ze trzech, iednego z pięciu: $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ rowne są: $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ tak tego dowieść można: ten ułomek liczby łamaney: $\frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ do iedney frakcyi sprowadziwszy, mam: $\frac{1}{15}$; więc $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{15}$. Te frakcye sprowadzam do iednego Mianownika, mam: $\frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{1}{15}$; a dodaiąc ie, będzie: $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$. Nakoniec tę frakcyą: $\frac{10}{15}$ na mnieysze terminy sprowadziwszy, dzieląc n. p. przez 5, wypadnie: $\frac{2}{3}$; więc: $\frac{2}{3} = \frac{2}{5}$.

sposobem wzmiankowanym; N. p. chcąc dodawać te frakcye: $\frac{3}{5} + \frac{4}{6}$. Sprowadzam ie wprzod do iednego Mianownika, y mam nowe frakcye przeszłym rowne: $\frac{18}{30} + \frac{20}{30}$. Teraz dodane czynią: $\frac{38}{30} = 1 + \frac{8}{30}$.

29. Jeżeli liczby łamane maią przy sobie liczby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanemi przyidzie zbierać, tedy osobno znoszą się liczby całkowite, osobno liczby łamane; n. p. Dodaiąc gr: $2 + \frac{1}{3}$, y groszy $5 + \frac{2}{3}$, uczynią gr: $7 + \frac{3}{3} = 1$, wszystko $=$ 8 groszy.

Podźmy iuż do odciągania liczb łamanych,

30 Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga się Licznik mnieyszy od większego, ieżeli frakcye maią iednego Mianownika; a ieżeli nie, to się wprzod do iednego Mianownika sprowadzaią, a reszcie po odciągnieniu podpisuie się pospolity Mianownik. N. p. $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9}$ albo $\frac{1}{3}$. Także chcąc odciągać z $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$ sprowadzam frakcye do iednego Mianownika, y mam: $\frac{12}{15} - \frac{10}{15}$. Teraz Liczniki odciągnąwszy, mam frakcyą: $\frac{2}{15}$.

31. Co ieszcze w odciąganiu liczb łamanych uważać trzeba?

To ieszcze zważać potrzeba: kiedy przyidzie odciągać liczby całkowite z łamanemi od całkowitych oraz z łamanemi, w ten czas całkowite odciągam od całkowitych, a łamane od łamanych, podkładaiąc reszcie pospolitego Mianowniką. N. p. z $7 + \frac{3}{4}$ chcąc odciągnąc $3 + \frac{2}{4}$, zostaie się $4 + \frac{1}{4}$.

Kiedy zaś dana będzie frakcya do odciągnienia iey od liczby całkowitey, tedy wprzod całkowitą sprowadzam na frakcyą, do Mianownika

wnika przyległey frakcyi, toż dopiero czynię Subtrakcyą, n. p. Chcąc odciągać z $5 - \frac{1}{3}$, rozmnażam nayprzod 5 przez danego Mianownika 3, mam frakcyą z tymże Mianownikiem $\frac{15}{3}$, od ktorey odciągam $- \frac{1}{3}$, y zostaie się: $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$.

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć $4 + \frac{3}{5}$. Nayprzod 1 z całkowitey liczby 9 obracam na frakcyą, ktoraby miała tegoż Mianownika, co y frakcya dana, y będzie frakcya $\frac{5}{5}$, od ktorey odciągam $- \frac{3}{5}$, zostanie się $\frac{2}{5}$; potym odciągam liczby całkowite 4 od 8 (bom iedno na frakcyą sprowadził) y zostaie się mi wszystkiego: $4 + \frac{2}{5}$. Albo też 4 całkowite sprowadzam nayprzod do Mianownika 5 przyległey frakcyi przez multyplikacyą, a do produktu dodaię Licznika danego 3, y mam nową frakcyą: $\frac{23}{5}$. Potym 9 całkowite sprowadzam także do Mianownika danego 5, y będę miał frakcyą: $\frac{45}{5}$. Teraz z tych frakcyi: $\frac{45}{5} - \frac{23}{5}$ odciągnąwszy mnieyszą od większey, zostanie się: $\frac{22}{5} = 4 + \frac{2}{5}$.

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania y odciągania liczb łamanych, potrzeba zawsze, aby iednego Mianownika miały.

§. 6.

O rozmnożeniu, y podzieleniu liczb łamanych.

32. JAk się czyni multyplikacya liczb łamanych?

Multyplikuią się Liczniki y Mianowniki między sobą, produkt z Licznikow, będzie Licznikiem nowey frakcyi, a produkt z Mianownikow, będzie Mianownikiem frakcyi nowey. N. p. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$.

33.

33. Ktore przypadki w rozmnożeniu liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następuiące: albo rozmnażać przyidzie frakcyą przez frakcyą; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo nakoniec mnożyć przyidzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, Liczniki y Mianowniki osobno rozmnożyć, y będzie odprawiona multyplikacya. N. p. chcąc mnożyć $\frac{5}{7}$ przez $\frac{3}{5}$: rozmnożywszy Liczniki 5 X 3, y Mianowniki 7 X 5, wypadną produkta: $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$. Podobnie rozmnażaiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{5}$, wypadnie produkt: $\frac{6}{15}$.

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za Mianownika 1, potym czyni się multyplikacya sposobem ukazanym. N. p. chcąc 5 przez $\frac{1}{3}$ rozmnożyć, podkładam pod 5 iedno, y będę miał niby frakcyą: $\frac{5}{1}$ X $\frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$.

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzaią się wprzod na liczby łamane, dopieroż czyni się multyplikacya sposobem opisanym, n. p. Chcąc rozmnożyć 7 przez 2 + $\frac{2}{3}$; sprowadzam nayprzod 2 całkowite do Mianownika frakcyi przy-

przyległey 3, a pod 7 kładę 1, y mam frakcye nowe: $\frac{7}{1}$ X $\frac{8}{3}$, ktore rozmultyplikowane czynią: $\frac{56}{3} = 18 + \frac{2}{3}$. Podobnie gdy chcę multyplikować: 6 y $\frac{3}{5}$ przez 3 y $\frac{2}{3}$, sprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych Mianownikow, y rozmnożywszy Licznikow y Mianownikow, wypadnie produkt: $\frac{363}{15} = 24 + \frac{3}{15}$, albo $\frac{1}{5}$.

37. Pokażmy w przykładzie pożytek multyplikacyi liczb łamanych?

Niech będzie następuiący przykład: Płacąc łokieć sukna po $6 + \frac{2}{3}$, to iest po złot: 6. y gr: 20, pytam wiele zapłacić potrzeba za $20 + \frac{2}{4}$, to iest za łokci 20 y ćwierci 2?

Sprowadzam nayprzod liczby całkowite do przyległych im frakcyi, to iest: $6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$, a $20 + \frac{2}{4} = \frac{82}{4}$. Rozmnożywszy między sobą te frakcye: $\frac{20}{3}$, X $\frac{82}{4}$, wypadnie: $\frac{1640}{12} = 136 + \frac{8}{12}$ czyli $\frac{2}{3}$. Więc za łokci 20 y ćwierci dwie dać powinienem złot: 136. y gr: 20.

38. Jak łatwiey liczb łamanych multyplikacyą odprawić można, y kiedy?

Liczb łamanych multyplikacyą odprawić także można przez dywizyą, dzieląc na krzyż Mianownika frakcyi iedney przez Licznika frakcyi drugiey, y wzaiemnie; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcye: $\frac{2}{4}$ przez $\frac{8}{10}$, dzielę 8 przez 4, a to 10 przez 2, y mam produkt danych frakcyi: $\frac{2}{5}$. Jakoż mnożąc te dwie frakcye wyżey podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo $\frac{2}{4}$ X $\frac{8}{10} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.

Okazanie czyli demonstracya multyplikacyi liczb łamanych.

Mnożyć frakcyą A przez frakcyą B, iest to

wyna-

wynaleść za produkt frakcyą C, ktoraby się tyle razy mieściła w frakcyi mnożney B, ile razy frakcya A, za rozmnożyciela dana, mieści się w iednym. A że w tym razie, iako frakcya C dwa razy mieści się w frakcyi B, tak frakcya A dwa razy mieści się w iednym; zaczym frakcya C iest produkt frakcyi B, rozmnożoney przez frakcyą A.

A. B. C.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}.$$

Ztąd każdy doyść może, dla czego z multyplikacyi liczb łamanych A y B, produkt C wynikaiący mnieyszy iest od frakcyi, ktore między sobą mnożę. Bo ponieważ 1 tak się ma do frakcyi A. iak się ma frakcya B do frakcyi C (iakośmy w multyplikacyi prostey powiedzieli) a iedno iest większe nad frakcyą A; więc y frakcya B większa bydź powinna nad frakcyą C; a zatym produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien bydź mnieyszy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mowić będziemy.

39. Jak się odprawia dywizya liczb łamanych?

Generalnie mowiąc, odprawuie się dzielnika wspak obracaiąc, to iest Licznika kładąc na mieyscu Mianownika, a Mianownika na mieyscu Licznika, potym Liczniki y Mianowniki osobno między sobą rozmnożywszy, produkt wypadaiący będzie wielorazem frakcyi daney. N. p. przez $\frac{3}{5}$ dzieląc $\frac{2}{3}$, będzie: $\frac{5}{3}\ \frac{2}{3} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$.

40. Wiele przypadkow w dzieleniu liczb łamanych trafić się może?

Podobnie iak w multyplikacyi, trzy przy-

padki trafić się mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo nakoniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcya przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wspak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopieroż czyni się multyplikacya, n. p. Chcąc dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{1}{3}$; obracam dzielnika $\frac{1}{3}$ wspak, mam $\frac{3}{1}$; teraz multyplikuiąc Liczniki 4 X 3, y Mianowniki 5 X 1, wypadnie wieloraz $\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$. Podobnie dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{1}{4}$, obrociwszy wspak dzielnika, y liczbę rozmnożywszy, wypadnie wieloraz $\frac{24}{7} = 3 + \frac{3}{7}$.

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyidzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitey podłożyć iedno, a dzielnika wspak obrocić, potym multyplikować Liczniki y Mianowniki; produkt będzie danym wielorazem: n. p. Chcąc dzielić 3 przez $\frac{1}{4}$; podkładam trzem iedno, mam: $\frac{3}{1}$, y wspak obrociwszy dzielnika $\frac{4}{1}$, y multyplikacyą uczyniwszy, będzie: $\frac{12}{1} = 12$. Podobnie $\frac{2}{3}$ dzieląc przez 6, dadzą wieloraz: $\frac{2}{18}$ albo $\frac{1}{9}$.

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawuie się liczb łamanych dywizya?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą oraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzod sprowadzić do frakcyi przyległych, a potym czynić rachubę, iak się w pierwszym przypadku powiedziało: n. p. Chcę dzielić 7

$+ \frac{1}{3}$

$+ \frac{1}{3}$ przez $\frac{1}{4}$; sprowadzam wprzod 7 do frakcyi przyległey, będzie $\frac{22}{3}$. Dzielnika wspak obracam, mam: $\frac{4}{3}$. Teraz $\frac{22}{3}$ X $\frac{4}{3}$, wypadnie wieloraz: $\frac{88}{3} = 29 + \frac{1}{3}$. Podobnie chcąc dzielić $5 + \frac{1}{4}$ przez $4 + \frac{2}{3}$, sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcyi, y dzielnika wspak obrociwszy, wypada wieloraz: $\frac{63}{56} = 1 + \frac{7}{56}$.

44. Jak łatwiey, y kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy Mianownik w oboiey frakcyi iest tenże sam, tedy Mianownikow zmazawszy, Licznika przez Licznika dzielę, y mam wieloraz prawdziwy; a ieśli się co w dywizyi zostaie, to piszę przez frakcyą z Mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak n. p. dzieląc $\frac{4}{6}$ przez $\frac{2}{6}$, zmazawszy mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{4}$. mażę Mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie: $1. + \frac{1}{2}$.

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika daney, spełna dzielą terminy frakcyi podzielney, na ten czas nowy Licznik y Mianownik, ktore z tey dywizyi wynikną, będą wielorazem daney frakcyi. Tak n. p. chcąc dzielić frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową: $\frac{2}{3}$; ktora iest prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarownie dzieląc $\frac{6}{12}$ przez $\frac{3}{4}$, wypadnie: $\frac{2}{3}$.

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych.

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, iest wynaleść wieloraz C, do ktorego iedno tę powinno mieć proporcyą, iaką ma dzielnik B

 do

do liczby podzielney A, podług reguł o dywizyi prostey wyżey podanych. Lecz że w tym razie, iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcya dzieląca B do frakcyi podzielney A. Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma Mianownik teyże frakcyi 3 do swego Licznika, przez Axyoma 1. Frakcya zaś B do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcye A y B do iednego Mianownika, mam frakcye: M y N. frakcyom A y B we wszystkim rowne; te zaś dla iednakowego Mianownika tę maią do siebie proporcyą, iak 3 do 4; a zatym iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcya B do A; przeto frakcya C iest wieloraz frakcyi A y B do podzielenia danych.

$$\begin{array}{ccc|l} B. & A. & C. & \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} = & \frac{4}{3}. & \\ M. & N. & & \\ \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & & 1.\ \frac{4}{3} :: 3.\ 4. \end{array}$$

Z tey demonstracyi łatwo doyść można przyczyny, dla ktorey w dywizyi liczb łamanych, wieloraz wypada większy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytrafia, kiedy frakcya dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do wieloraza; odmieniwszy tę proporcyą, dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wieloraza. A że dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczym y liczba podzielna od wieloraza mnieysza bydź powinna.

Proby Addycyi, Subtrakcyi, multyplikacyi, y dywizyi liczb łamanych, też same są, ktore

się

się podały wyżey w regułach liczb całkowitych; to iest: Addycya doświadcza się przez Subtrakcyą, Subtrakcya przez Addycyą, Multyplikacya przez Dywizyą, Dywizya przez multyplikacyą, sposobem tymże przepisanym. (f)

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Arytmetyki.

§. 1.

O Proporcyi w powszechności.

1. WIele iest reguł wyższey Arytmetyki? Reguły wyższey Arytmetyki pospolicie rachuią się cztery, to iest: 1. Reguła proporcyi. 2. Reguła Towarzystwa, albo społki, 3. Reguła wiązania. 4. Reguła domniemania, czyli fałszywego założenia. Do tych przydaią Arytmetycy: wyciąganie ścian, y skoki liczbowe. Pierwsza z wyrażonych reguł iest nayprzednieysza, gdyż na niey inne gruntuią się, y bez iey pomocy odprawić się nie mogą. Zaczym do zupełnego iey zrozumienia, za rzecz potrzebną sądzę, o liczbach proporcyonalnych y ich własnościach nieco pomowić.

[f] Cokolwiek dotąd o Addycyi, Subtrakcyi, Multyplikacyi y Dywizyi liczb tak całkowitych iako y łamanych powiedzieliśmy, to wszystko iest fundamentem całey głębszey Arytmetyki; bez tych fundamentow dalsze y wyższe Arytmetyki reguły żadną miarą rozwiązane bydź nie mogą. A ztąd iaśnie pokazuie się niemały pożytek y potrzeba wiadomości liczb nie tylko całkowitych, ale y łamanych, w następuiących regułach Arytmetycznych, a nayprzod w regule proporcyi.

2. Co to iest proporcya w powszechności? co wzgląd, albo *ratio*?

Proporcya iest to dwoch względow wzaiemnych pewne porownanie albo pomiarkowanie. Ten zaś wzgląd (*ratio*) iest dwoch liczb albo rzeczy, iedney do drugiey stosowanie, albo mienie się. Tak n. p. 6 y 3 do siebie stosuiąc, widzę, że liczba 6 liczbę 3 dwa razy w sobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy się zamyka. Podobnie te liczby: 2 y 1 do siebie stosuiąc, widzę, że 2 dwa razy 1 w sobie zamyka, a 1 we dwoch także dwa razy się zawiera. Otoż ten wzgląd liczb zowie się proporcyą, ktora w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy się zamyka.

3. Jak się zowią te terminy?

Pierwszy termin zowie się pierwszy poprzedzaiący (*Antecedens.*) Drugi zowie się drugi następuiący (*Consequens.*) Trzeci zowie się drugi poprzedzaiący. A czwarty drugi następuiący. Pierwszy także y ostatni terminy zowią się ostatniemi; a drugi y trzeci śrzedniemi nazywaią się. Cztery te terminy tenże sam wzgląd między sobą maiące, zowią się proporcyonalne.

4. Wieloraka iest proporcya?

Jest dwoiaka: rozdzielna, (*discreta*) y ciągła (*continua.*)

5. Co iest proporcya rozdzielna, a co ciągła?

Rozdzielna iest ta, w ktorey liczby czyli terminy proporcyi po razu iednym, a każdy z osobna bierze się. N. p. 2 4 :: 3. 6. Mowię: tak się ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka się dwa razy, a 3 w 6 także dwa

razy

razy zamyka się. Albo od końca: 6 tę liczbę 3, dwa razy w sobie zamyka; podobnie 4 tę liczbę 2, dwa razy w sobie zawiera. Tey proporcyi w następuiących regułach naywięcey y nayczęściey używać będziemy.

Ciągła zaś proporcya iest ta, kiedy liczba czyli termin we śrzodku położony, dwa razy bierze się y porownywa, raz iak poprzedzaiący, drugi raz iak następuiący. N. p. ∺ 4. 2. 1. Mowię iak się maią 4 do 2, tak się maią też same 2 do 1. Gdzie 2 raz się biorą za termin następuiący, drugi raz za termin poprzedzaiący. Ta proporcya w Skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Ktore są *Lemmata*, albo fundamenta upewniaiące o niezawodnych własnościach proporcyi?

Są te trzy następuiące:

Pierwſze, Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcyonalne, tedy produkt z liczby pierwszey y ostatniey, rowny będzie produktowi z liczby drugiey y trzeciey. Daymy cztery liczby proporcyonalne:

3. 6 : : 4. 8.

Jako 3 X 8 = 24, tak wzaiemnie 6 X 4 = 24. Na tym Lemmacie zasadza się robota reguły proporcyi prostey, y iey proba. Albowiem ieżeli produkt przez iednę liczbę, z liczb między sobą rozmnożonych będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. N. p. ieżeli produkt 24 wynikaiący z multyplikacyi 4 X 6, podzielony będzie przez 6, wypadną 4; ieżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego ieżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcyonalne, n. p. 3. 6. : : 4. a szuka

ka kto czwartego, do ktorego tę by miał proporcyą trzeci, ktorą ma pierwszy do drugiego; niechay drugi termin rozmnoży przez trzeci, a produkt podzieli przez pierwszy, wypadnie czwarty termin proporcyonalny 8.

Przyczyna tego ta iest: bo z multyplikacyi drugiego terminu przez trzeci, tenże produkt wypada, ktoryby wypadł z multyplikowania pierwszego przez czwarty niewiadomy. Więc przez multyplikacyą drugiego przez trzeci, iuż mam termin czwarty, ale ieszcze w większey liczbie ukryty. Gdy tedy podzielę ten produkt przez termin pierwszy, wypadnie drugi faktor, czyli czwarty termin dotąd ukryty. Tymże sposobem znayduie się termin pierwszy, dzieląc produkt z liczb śrzednich przez termin ostatni; wypadnie pierwszy.

Drugie Lemma. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak na odwrot termin czwarty do drugiego, tedy produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego. Daymy cztery liczby następuiące: 1. 6 : : 2. 3.

W tych liczbach, że między pierwszym terminem 1, y trzecim 2, taż sama zachodzi proporcya, ktora między terminem czwartym 3 y drugim 6, tedy będzie proporcya porządna: 1. 2 : : 3. 6. Przeto podług Lem: I. 1 X 6 = 2 X 3 = 6. A zatym produkt z pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

Na tym Lemmacie zasadza się reguła proporcyi wspak wywrocona. Ponieważ bowiem w tey proporcyi produkt z terminu pierwszego

go y drugiego iest rowny produktowi z trzeciego y czwartego, więc produkt z pierwszego y drugiego dzieląc przez termin trzeci, wypadnie czwarty ukryty; ktory tak się mieć będzie do drugiego iak pierwszy do trzeciego. N. p. 1. 6. : : 2. 3.

Trzecie Lemma. Jeżeli dane będą trzy liczby ciągłe proporcyonalne, produkt z pierwszey y trzeciey, rowny będzie produktowi drugiey w się wprowadzoney, (to iest przez siebie samę rozmnożoney) y przeciwnie, produkt śrzedniey w się wprowadzony, rowny będzie produktowi z pierwszey y trzeciey. N. p. ∺ 1. 2. 4. 1 X 4 = 2 X 2 = 4.

Szukaiąc więc w ciągłey proporcyi trzeciego terminu nieznaiomego, drugi termin przez się rozmnażam, a produkt dzielę przez pierwszy, wypadnie trzeci ukryty. N. p. porownywaiąc 2 do 4, a chcąc wiedzieć iaka będzie trzecia liczba, do ktoreyby 4 tęż samę miały proporcyą, ktorą maią 2 do 4, śrzednią liczbę 4 przez siebie rozmnażam, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwszą liczbę 2, wypada trzecia proporcyonalna 8. (g) Tego Lemmatu pożytek ukaże się niżey, gdy będziemy mowili o wynaydowaniu rożnych liczb ciągle proporcyonalnych

§. 2.

O regule proporcyi albo trzech prostey.

7. CO iest reguła proporcyi?

Jest ta, ktora uczy, y podaie sposob, do

---

[g] Za pomocą wspomnionych proporcyi wiele dziwnych rzeczy solwować można, ktore prostacrwo za niepoięte sądzi, y ktore rozwiązane za cud iakiś poczytywać zwykło.

do wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartey niewiadomey proporcyonalney. Y dla tey przyczyny zowie się regułą proporcyi.

8. Jak się inaczey nazywa reguła proporcyi?

Nazywa się ieszcze: Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie się regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złota nazywa się dla zacności y nieskończonego pożytku w pożyciu ludzkim. Regułą zaś trzech zowie się przeto, iż ze trzech liczb danych wiadomych, czwartey niewiadomey dochodzi.

10. Wielorako dzieli się regułą proporcyi?

Dzieli się pospolicie czworako: na prostą y składaną porządną; potym na prostą wspak obroconą, y na składaną wspak obroconą. O każdey w szczegulności mowić będziemy.

11. Co iest reguła proporcyi prosta porządna?

Jest ta, w ktorey czwartego terminu szukamy takiego, ktoryby tęż samę miał proporcyą do trzeciego, iaką ma drugi do pierwszego. Wiedzieć albowiem trzeba, iż w regule proporcyi prostey, im większy iest termin trzeci od pierwszego, tym czwarty większy bydź powinien od drugiego; y przeciwnie, im trzeci termin mnieyszy iest od pierwszego, tym czwarty mnieyszy bydź powinien od drugiego. W przykładach następuiących iaśnie to się pokaże.

12. Jak się w tey regule proporcyi prostey terminy układaią?

Ta liczba, do ktorey iest przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie się na mieyscu trzecim, ta zaś ktora z liczbą na mieyscu trzecim położoną, iednego iest gatunku, kładzie się na mieyscu pierwszym; ta ktora się zostaie, kładzie się we śrzodku.

Przykład I. Pytam się: wiele dać potrzeba za 5 bochenkow chleba, ktorego ieden bochenek płaci się po groszy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do siebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenkow kładę na mieyscu trzecim, a 1 bochenek kładę na mieyscu pierwszym, zostaiącą się liczbę inszego gatunku, kładę we śrzodku tym sposobem:

1. 3 :: 5.

13. Jak się ta reguła prostey proporcyi odprawuie?

Odprawuie się tak: Termin drugi rozmnażasię przez trzeci; a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący, dzieli się przez termin pierwszy. Wieloraz wypadaiący będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcyonalnym, y na zadane pytanie odpowie. Ta robota zasadza się na Lem: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielę przez termin pierwszy 1. Lecz ponieważ iedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb	gr:	Chl:	gr:
1.	3 ::	5.	15.
	5		
	15		

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dać trzeba za

5 bo-

5 bochenkow chleba, gdy się ieden płaci po 3 grosze.

Przykład II. Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wiele wyda, iednostayny kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Mies: zł: Mies: zł:

4. 25 :: 12. 75.

```
      12
   ------
      50
     25
   ------
4 | 30,0 | 75.
  | 28   |
   ------
     20.
     20.
   ------
     - -
```

Przykład III. Posłaniec na dzień ubiega mil 8, pytam mil 40 za wiele dni ubieży? Liczba szukana: 5.

Robota. Mile dni Mile dni.

8. 1 :: 40. 5.

```
       1
   ---------
8 |  40  | 5
  |  40  |
   ---------
     - -
```

14. Co na ten czas czynić potrzeba, kiedy dane terminy będą rożnego gatunku?

Trzeba ie przed operacyą zbić na ieden gatunek, potym tak czynić iak wyżey.

Przykład. Rzemieślnik n. p. Mularz, bierze na dzień złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zarobi?

W tym

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy rożnego gatunku dni y miesięcy, zaczym miesiąc obracam na dni 30, y układam proporcyą :

Dni	złote.	Dni	złote.
1.	2 : :	30.	60.
		2	
		60.	

Więc za miesiąc zarobi złot: 60.

Przykład II. Dzień 1 daie godzin 24, rok cały, czyli dni 365, wiele godzin dadzą? Liczba szukana : 8760.

15. Co ieszcze w tych terminach uważać trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego y trzeciego terminu, mnieyszy będzie od terminu pierwszego, a przeto przezeń nie będzie się mogł dzielić, na ten czas ow produkt, czyli drugi termin wprzod na niższy gatunek sprowadzić trzeba, toż dopiero dywizyą czynić.

Przykład. Za pułsetek płotna, to iest za łokci 50 dałem złotych 25; pytam ile ieden łokieć kosztuie?

Układam terminy :

Łok:	złot:	Łok:	złot:
50.	25 : :	1.	

Ponieważ iedno nie multyplikuie, a 25 złotych przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc złote sprowadzam na grosze, y mam gr: 750. Mowię tedy : ieżeli za 50 łokci dałem groszy 750. Coż przypadnie za 1 łokieć? Wypada groszy 15.

Łok:	groszy	Łok:	gr:
50.	750 : :	1.	15.

16. Kie-

16. Kiedy liczby całkowite maią przyległe frakcye, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obrocić na frakcye przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, ktore frakcyi żadney nie maią, podkłada się 1 za Mianownika; potym odprawuie się multyplikacya y dywizya sposobem o liczbach łamanych przepisanym.

Przykład I. Za łokieć 1 Felpy dałem złotych 2 y $\frac{1}{2}$; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci 6 $\frac{3}{4}$; to iest za 6 łokci y trzy ćwierci? Liczba szukana: złot: $16 + \frac{7}{5}$.

$$1. \quad 2 + \tfrac{1}{2} :: 6 + \tfrac{3}{4} ..$$

$$\tfrac{1}{3}. \quad \tfrac{5}{2} \quad :: \quad \tfrac{27}{4}. \quad 16 + \tfrac{7}{8}.$$

Ten przykład, y insze podobne, odprawuie się przez samę multyplikacyą, bo iedno na pierwszym mieyscu nigdy nie dzieli.

Przykład II. Kasper przez pułtrzeci godziny ubiegł mil $4 + \frac{1}{4}$; pytam wiele ubiedz powinien za godzin $9 + \frac{1}{2}$? Liczba szukana: $16 + \frac{6}{40}$. albo $\frac{3}{20}$.

$$2 + \tfrac{1}{2}. \quad 4 + \tfrac{1}{4} :: 9 + \tfrac{1}{2}.$$

$$\tfrac{5}{2}. \quad \tfrac{17}{4} \quad :: \tfrac{19}{2}. \quad 16 + \tfrac{6}{40} \ldots \text{(h)}$$

17. Jakie iest tey reguły prostey proporcyi skrocenie?

Jeżeli z samego spoyrzenia postrzegam, że termin pierwszy y trzeci, albo termin pierwszy y drugi, przez iaką liczbę dzielić się mogą

[h] Ktoby frakcyi nieumiał, niechay gatunki wyższe zbiia na niższe, dopiero niech czyni robotę; po ktorey skończoney, niech znowu gatunki niższe obraca na wyższe. N. p. w przykładzie I. 1 łokieć obracam na 4 ćwierci, 2 złote y groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 y trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcyą: 4. 75 :: 27.

mogą spełna, dzielę ie przez owę liczbę, a wielorazy na mieyscach dzielonych terminow kładę. Podobnie ieżeli w wspomnionych terminach znayduią się cyfry, zmazać ie mogę, wszędzie iednak rowność zachowuiąc. Potym dopiero czynię robotę. Łatwiey mi zaś rozmnażać y dzielić liczby małe iak wielkie.

Przykład I. Pytam się wiele mam dać za 12 łokci sukna, ktorego łokci 2 kosztuią złotych 14? Ułożywszy terminy, widzę że pierwszy y trzeci termin dzielić się spełna może przez 2. Dzielę ie więc przez 2, a wielorazy na tych mieyscach kładę. Oto robota:

)	Łok:	złot:	Łok:	
Dzieln: 2)	2.	14 : :	12.	
)	1.	14 : :	6.	84.

Przykład II. Sto korcy pszenicy przedaią po złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą kosztowały? W tym przykładzie w pierwszym y drugim terminie po dwie cyfry odcinam, y bez dywizyi wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 : : 4. 40.

Przykład III. Biorącemu w prowizyi sześć od sta; pytam ile się należy od 38000?

1|00. 6 : : 380|00. 2280.

18. Jaki iest sposob na doświadczenie dobrze odprawioney reguły proporcyi prostey?

Ten niezawodny: ieśli produkt z liczb śrzednich iest rowny produktowi z liczb ostatnich, to reguła dobrze uczyniona; ieśli nie rowny, trzeba ią ponowić. Tak n. p. w przed ostatnim przykładzie, produkt z 100 X 40, rowny iest produktowi z 1000 X 4 = 4000. Ta proba zasadza się na Lem: I.

§. 3.

§. 3.

O regule proporcyi składaney porządney.

19. CO iest regułą proporcyi składana? Jest ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych, znayduią się insze pośrzednicze, znaczące czas, zysk albo stratę, y tym podobne okoliczności, a w ktorey szuka się ieden termin nieznaiomy.

20. Jak się w tey regule składaney terminy układaią?

Terminy pryncypalne rozmnażaią się przez pośrzednicze, czyli mniey pryncypalne, tak żeby ze wszystkich terminow trzy tylko terminy pryncypalne do operacyi wypadły. Potym czyni się operacya iak w regule prostey proporcyi. Przykłady następuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład I. Pan ieden trzem sługom za 1 kwartał dawał płaty złotych 200, chce wiedzieć, sługom 6 za 4 kwartały wiele przypadnie?

W tym przykładzie liczby znaczące sług y pieniądze, są terminy pryncypalne, liczby zaś znaczące kwartały są pośrzednicze. Układaią się więc tak:

3 X 1. 200 : : 6 X 4.

Albo tak: 3. 200 : : 6
1. 4.

Multyplikuię teraz 6. przez 4, mam: 24; potym 3 przez 1, mam: 3, y proporcya tak stoi:

3. 200 : : 24. . .

Maiąc iuż trzy tylko terminy proporcyonalne, rozmnażam drugi przez trzeci, a produkt dzielę

dzielę przez pierwszy, y wypada mi liczba szukana: 1600 na czwarty termin.

Przykład II. Tysiącem złotych przez 2 lecie zarobił Kupiec złotych 300; stem złotych przez lat 10 wiele może zarobić?

1000. 300 :: 100.
Lata 2 . 10 Lata
2|000. 300 :: 1|000. 150.

Przykład III. Od 200 złotych z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie złot: 80; od 12000 z prowiżyą sześciu od sta, wiele płacić przypadnie?

2000 X 4. 80 :: 12000 X 6.
8 Dziel:) 8|000 - 80 : : 72|000:
1 - 10 :: 72. 720.

W tym przykładzie dla uniknienia multyplikacyi dzielę terminy multyplikowane pierwszy y drugi przez 8, a cyfry odcinam, y ginie multyplikacya y dywizya.

21. Jak inaczey tę regułę składaną odprawić można?

Powtarzaiąc dwa razy regułę proporcyi prostą, przeto iż reguła składana dwa zadania pospolicie w sobie zamyka. Nayprzod tedy pominąwszy terminy pośrzednicze, a same trzy terminy pryncypalne w proporcyą ułożywszy, szukam terminu czwartego; w drugiey proporcyi kładą się po bokach terminy pośrzednicze, a we śrzodku ich, dopiero wynaleziony czwarty termin proporcyonalny.

Przykład I. Student ieden od stancyi płaci Gospodarzowi za kwartał złotych 9; pytam Studentow 6 za trzy kwartały wiele zapłacić powinni? Układam pierwszą proporcyą:

Stud: złot: Stud: złot:

1. 9 : : 6. 54.

Z pierwszey operacyi wypada czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcyą, mowiąc : za ieden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypada 162.

1. 54 : : 3. 162.

Przykład II. Na płacę dla 10 żołnierzy przez miesiąc ieden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć, wiele wynidzie dla żołnierzy 500 przez miesięcy 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu zażywać sposobu, ktory się spodoba, pierwszy atoli zdaie się krotszy y łatwieyszy.

22. Co ieszcze o tey regule składaney wiedzieć potrzeba?

To ieszcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę czasem wchodzi pięć, czasem y więcey terminow, ktore się w iednę proporcyą zbiiaią, multyplikuiąc pryncypalne przez pośrzednicze, albo kilka razy powtarzaiąc regułę prostey proporcyi, sposobem dopiero opisanym.

Przykład. Kupiec pewny handluiąc 500 czerwonemi złotemi, lat 4, zyskał czerw: złotych 300; pytam się Kupcow 4 handluiąc czerwonemi złotemi 1740, lat 6, ileby zyskali?

W tym przykładzie terminy pryncypalne są trzy: Kupiec ieden zyskuie czerw: złotych 300, ile zyskuią 4? Układam więc proporcyą, terminy pośrzednicze pod, albo przy pryncypalnych kładąc:

1. 300 : : 4.

Czer: zł: 500 . . 1740

Lata 4 . . 6 Lata.

Albo: 1 X 500 X 4. 300 : : 4 X 1740 X 6.

Po

Po uczynioney multyplikacyi y dywizyi wspomnionych terminow, wypada czwarty termin : 6264.

23. Jaka iest proba tey reguły składaney? Taż sama co y reguły, proporcyi prostey porządney, iako wyżey.

§. 4.

O Regule proporcyi wspak obroconey.

24. CO iest reguła proporcyi wspak obrocona prosta (*Simplex inversa?*)

Jest ta, w ktorey termin pierwszy tak się ma do trzeciego, iak termin czwarty do drugiego. N. p. 12. 4 : : 6. 8. y ktora podaie sposob do wynalezienia czwartego terminu nie znaiomego. W regule albowiem proporcyi porządney powiedzieliśmy, że termin pierwszy tak się ma do drugiego, iak trzeci do czwartego. Y im pierwszy termin od trzeciego iest większy, tym termin drugi od czwartego większy bydź powinien, y przeciwnie. W tey zaś regule inaczey rzecz się ma, iak zaraz pokaże się. Ponieważ zaś naywięcey w tym trudności zachodzi, iak poznać, kiedy tey reguły użyć trzeba, zaraz na to podaię sposob :

25. Jak tedy poznać można, kiedy reguła proporcyi iest wspak obrocona?

Jle razy z samey natury zadanego pytania wypada, że im większy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma bydź większy od drugiego; lub im mnieyszy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty ma bydź mnieyszy od drugiego; albo biorąc od śrzodka: ile razy wypada, iż im większy iest termin trzeci od pierwszego, tym mnieyszy wy-

paść powinien czwarty od drugiego, y przeciwnie; w takowym razie zawsze reguły proporcyi wspak obroconey używać trzeba.

Jest ieszcze y ten rozeznania wspak obroconey proporcyi sposob: kiedy procz terminow proporcyonalnych zachodzi iaka rzecz od terminow rożniąca się, y w operacyą nie wchodząca; Jaka w pierwszym przykładzie niżey położonym zachodzi pewna summa pieniężna, w drugim pole do zaorania dane, w trzecim budynek do wystawienia dany.

26. Jak się ta reguła wspak obrocona odprawuie?

Termin pierwszy rozmnaża się przez drugi, a produkt dzieli się przez trzeci. Za wieloraz wypadnie termin czwarty proporcyonalny, ktory tak się będzie miał do terminu drugiego, iak się ma pierwszy do trzeciego. Ta robota zasadza się na Lem: II.

Przykład I. Kawalerow 10 pewną summą pieniężną przez 4 lata wygodnie żyć mogą; pytam Kawalerow 5 tąż summą iak długo obchodzić się powinni?

10. 4 : : 5. . .

W tym przykładzie z samey natury zadanego pytania postrzegam, iż 5 Kawalerow daleko dłużey tąż samą summą obchodzić się powinni, a niżeli 10 Kawalerow. Ponieważ tedy tym większy powinien wypaść termin czwarty od drugiego, im większy pierwszy od trzeciego, ten przykład przez regułę proporcyi wspak obroconey rozwięzywać powinienem. Zaczym rozmnażam 10 przez 4, mam 40; ten produkt dzielę przez termin trzeci 5, y mam termin czwarty: 8.

10. 4 : : 5. 8.

Więc

Więc 5 Kawalerow przez ośm lat ową summą wiktować się powinni.

Przykład II. Sześcią pługami pewne pole zaorywano Gospodarzowi za dni 20; pytam się dziesięcią pługami iak prędko toż pole zorane bydź może? Wypada czwarty termin: 12.

6. 20:: 10. 12.

Przykład III. Robotnikow 16 postawili budynek pewny za dni 60; chcę wiedzić robotnikow 24 iak prędko ten budynek, lub inny podobny, byliby wystawili? Wypada czwarty termin: 40.

16. 60:: 24. 40.

Przykład IV. W pewney fortecy oblężoney, 1500 żołnierzom wystarczy prowiantow na 3 miesiące; chcąc wiedzieć też prowianty przez 6 miesięcy na wielu żołnierży wystarczyć mogą? Wypada czwarty termin: 750.

3. 1500:: 6. 750.

Przykład V. W pewnym zgromadzeniu na 8 osob beczka piwa w 9 dni wychodzi; pytam osob 12 iak prędko tęż beczkę piwa wyprożnią? Wypada czwarty termin: 6.

8. 9:: 12. 6.

27. Jakie tey reguły bydź może skrocenie? Następuiące: dzieląc przez iaką liczbę na pamięć wynalezioną termin pierwszy, y trzeci, albo drugi y trzeci, tak aby się nic nie zostało, a wielorazy na ich mieyscu kładąc. Tak w ostatnim przykładzie dzieląc drugi termin 9 przez 3, wypada 3, a trzeci 12 także przez 3, wypada 4. Mam proporcyą nową: 8. 3:: 4. Jeszcze pierwszy termin y trzeci dzielę przez 4, wypadaią terminy następuiące: 2. 3:: 1. Teraz z małą pracą wypada mi czwarty termin 6, tenże sam co y wyżey.

28. Jak się ta reguła doświadcza?

Multyplikuiąc termin pierwszy przez drugi, a termin trzeci przez czwarty. Jeżeli obydwa produkta będą rowne, operacya dobrze uczyniona; iak w przykładach położonych widzieć można.

29. Jak wspak obroconą regułę można obrocić na regułę proporcyi porządney?

Kładę termin, do ktorego przyłączone iest zadanie, na mieyscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku, na mieyscu drugim, a trzeci zostaiący się na mieyscu trzecim. Tak w ostatnim przykładzie 12 osob tak się maią do 8, iak dni 9 do dni 6.

12. 8 : : 9. 6.
9
―――――
12 | 72 | 6.

Toż samo w inszych przykładach czyń, gdy ie chcesz na regułę prostey proporcyi obrocić.

§. 5.

O regule proporcyi składaney wspak obroconey.

30. CO iest reguła proporcyi składana wspak obrocona?

Jest ta, w ktorey y proporcya wspak obrocona, y procz terminow pryncypalnych, insze pośrzednicze zachodzą, szuka się ieden niezaiomy.

31. Jak się w niey terminy układaią?

Pryncypalne kładą się w rzędzie wyższym, a mniey pryncypalne czyli pośrzednicze w niższym; ten zaś, ktoremu się proporcyonalny szuka, y iednegoż z nim gatunku, kładzie się we śrzodku.

Przy-

Przykład I. Fabryka iedna tabaczna przez rok 1 czyni pożytku złot: 20000; Fabryk 6 pożytku 140000 złot: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie pryncypalne są te: Fabryka 1, rok 1, Fabryk 6; mniey pryncypalne złotych 20000, y złot: 140000. Te więc terminy tak układam:

Fabr:		Fabr:
1.	Lata	6.
	1	
Złot: 20000		140000 Złot:

32. Ułożywszy terminy, iak się ta reguła odprawuie?

Dla lepszego poięcia y łatwieyszey operacyi, trzy przypadki tey reguły położemy: bo albo same terminy wyższe będą miały proporcyą wspak obroconą, albo same niższe, albo też y wyższe y niżse będą proporcyi wspak obroconey.

33. Co w pierwszym y drugim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe terminy będą miały proporcyą wspak obroconą, roztrząsaiąc każde z osobna (sposobem wyżey podanym) to iest osobno wyższe, y znowu osobno niższe rozbieraiąc, w takowych przypadkach trzeba multyplikować terminy na krzyż, produkt zaś z prawego terminu wspak obroconego wprowadzonego w lewy porządny, kłaść potrzeba na pierwszym mieyscu za Dzielnika, a produkt z lewego wspak obroconego, y prawego porządnego na mieyscu trzecim, śrzedni termin na swoim mieyscu niech się zostanie. A tym samym zadanie w regułę prostey porządney proporcyi

cyi obroci się, ktorą sposobem wyżey opisanym odprawiwszy, wypadnie czwarty termin nieznaiomy szukany. Przykłady zaraz to obiaśnią

34. Co w trzecim przypadku czynić należy?

Jeżeli po roztrząśnieniu terminow poznaię, że y wyższe y niższe terminy są wspak obrocone, w ten czas prawe obydwa terminy wyższy y niższy multyplikuię, a produkt kładę na mieyscu pierwszym za Dzielnika; lewe także terminy między sobą rozmnażam, a produkt kładę na mieyscu trzecim, śrzedni termin na swoim mieyscu zostaie się, a tak będzie reguła proporcyi prosta porządna.

Przykład I. Co wyżey o Fabrykach, w ktorym terminy wyższe wspak obrocone:

1. 6. wspak obrocone.

1.

20000. 140000

Ułożywszy terminy, roztrząsam, ieżeli wyższe terminy, nie tykaiąc dolnych, są wspak obrocone, w ten sposob: iedna Fabryka za rok 1 przynosi pewną summę pieniędzy; Fabryk 6 iak prędko też samę summę przyniosą? Rozum sam pokazuie, iż prędzey też summę przyniosą, iak za rok, więc w gornych terminach proporcya iest wspak obrocona; bo im mnieyszy iest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty mnieyszy od drugiego wyniść powinien. Potym idę do terminow dolnych, y mowię: Fabryka wspomniona 20000 złot: za rok 1 przynosi, 140000 złot: za wiele lat przyniesie? Poznaię, że więcey lat na to potrzeba; a więc ta proporcya iest porządna: bo im trzeci termin iest większy od pierwszego,

wszego, tym czwarty większy bydź powinien od drugiego.

Ponieważ tedy terminy wyższe są wspak obrocone, a niższe porządne, operacyą czynię według nauki o przypadku pierwszym y drugim daney; to iest: multyplikuię termin prawy wspak obrocony 6 przez lewy porządny 20000, mam produkt na termin pierwszy; potym multyplikuię lewy wspak obrocony 1 przez prawy porządny 140000, a produkt kładę na mieyscu trzecim, śrzedni zaś termin 1, piszę we śrzodku, tak: 120000. 1 : : 140000; wypadnie czwarty termin szukany: 1 $\frac{1}{6}$. Jeżeli więc iedna Fabryka przynosi złot: 20000 za 1 rok, Fabryk 6. złot 140000 przynoszą za rok 1 y $\frac{2}{12}$ czyli 2 miesiące.

Przykład II. Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owsa wychodzi przez 6 dni; pytam na koni 9 miarek owsa 180 na wiele dni wystanie? Układam terminy:

3		9	
	6		
36.		180	324. 6 : : 540. 10.

Po odprawioney operacyi, wypada, iż tylko na 10 dni dla 9 koni ow owies wystanie.

Przykład III. Jeżeli 1000 żołnierzy biorą żołdu złot: 5000 za 5 Miesięcy, pytam żołnierzy 12000, summą pieniężną złot: 100000 iak długo żywić się mogą?

1000		12000.	
	5.		
5000.		100000.	6. 5 : : 10. 8$\frac{1}{3}$

Wypada liczba szukana 8 $\frac{1}{3}$. to iest, iż owa summa wystarczy im na miesięcy 8, y dni 10.

Przykład IV. Zboża pewnego 16 stay we 4 dni

dni Zeńcow 10 zżąć mogą, pytam stay 30 takowegoż zboża Zeńcow 12 w wielu dniach zeżną? Układam terminy tak:

16 30. porządne.

4 : :

10. 12. wspak obrocone.

192. 4 : : 300.

Operacyą odprawiwszy, wypada 6 dni y 6 godzin; to iest stay zboża 30, żeńcow 12, za 6 dni y 6 godzin zżąć powinni.

Przykład V. Jeżeli 80 korcy żyta mielą się iednym kamieniem w siedmiu dniach; pytam 120 korcy na 3 kamienie w wielu dniach zmielone będą? Terminy stać będą tak:

90. 120. porządne.

7 : :

1. 3. wspak obrocone.

270. 7 : : 120. $3\frac{3}{27}$.

Zmielą się tedy we 3 dniach, y $\frac{3}{27}$ iednego dnia; czyli we 3 dni, w 2 godz: w 2 kwadr: y w 10. minut.

Przykład VI. Na trzeci przypadek.

Piotr pożycza u Jana Talerow bitych 100, na lat 6, obiecuiąc prowizyi 10 od sta; Temuż samemu Piotrowi w potrzebie zostaiącemu pożycza Paweł Talerow bit: 750, 8 tylko od sta sobie wymawiaiąc, ale pod tą kondycyą, ażeby Piotr poty tylko kapitałem iego mogł handlować, poki prowizya iego niewyrowna procentu sześcioletniego Jana; pytam iak długo kapitał Pawła Piotr u siebie trzymać może? Układam liczby, czyli terminy tak:

Kap:

Kap: Jana 100. Lata. 750. Kap: Pawla.
6::
Prowiz: 10. 8. Prowizya.

6000. 6:: 1000. 1.

Ułożywszy terminy, roztrząsam ie, mowiąc. 100 Taler: bit: aby pewną summę przyniosły: powinny bydź na prowizy lat 6. Taler: bit: 750, ażeby tęż samę korzyść uczyniły, na wiele lat maią bydź pożyczone? Widzę, iż na krotszy czas pożyczone bydź maią; a zatym terminy wyższe są wspak obrocone. Potym idę do niższych terminow, y pytam: 10 od sta biorąc, powroci do swego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wystarczali tenże sam czasu przeciąg, ażeby tenże kapitał z kondycyą ośmiu tylko od sta płacenia pożyczony, korzyść pierwszey rowną przyniosł? Widzę znowu, iż to bydź nie może, ale ten kapitał na więcey lat ma bydź pożyczony. Więc y niższe terminy są wspak obrocone. To rozeznawszy, czynię operacyą sposobem o trzecim przypadku podanym, y dochodzę, iż przez 1 tylko rok summę Pawła Piotr trzymać u siebie może, y nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 Taler: bit: ktorą za rok ieden bierze, wyrownywa prowizyą sześciu lat Jana, to iest także 60 taler: bitych. Gdyż ieżeli za rok: 100 daią 8:: 750: dadzą 60, y wzaiemnie ieżeli 1 rok od 100 daie 10, to lat 6 dadzą 60.

Ta iest cała nauka o regule wspak obroconey składaney. (i)

35. Co

[i] Ta ostatnia reguła proporcyi wspak obroconey składaney, ponieważ zaczynaiącym przytrudna w ro-

35. Co ieszcze w regułach proporcyi względem frakcyi uważać trzeba, dla krotszey y łatwieyszey operacyi?

To ieszcze uważać można, osobliwie w regule proporcyi prostey: I. Jeżeli frakcya pierwszemu tylko terminowi iest przyległa. N. p. 12 $\frac{1}{2}$. 4 : : 20.. multyplikuię przez Mianownika 2 tak pierwszy iako y trzeci termin, y wypadną mi trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi, 25. 4 : : 40.. II. Jeżeli frakcya będzie przyległa drugiemu tylko terminowi, n. p. 5. 16 $\frac{1}{3}$: : 10. multyplikuję przez tegoż Mianownika 3 termin pierwszy y drugi, y będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi: 15. 49 : : 10.. III. Jeżeli frakcye z iednakowym Mianownikiem przyległe będą pierwszemu y trzeciemu terminowi, n. p. 3 $\frac{2}{5}$. 20 : : 10 $\frac{3}{5}$. obydwa te terminy zmultyplikowawszy przez powszechnego Mianownika 5, mam regułę bez frakcyi: 17. 20 : : 53. IV. Jeżeli nakoniec terminy sobie korresponduiące wyrażone będą samemi frakcyami z iednakowym Mianownikiem, n. p, $\frac{2}{5}$, 10 : : $\frac{1}{5}$.. zmazawszy Mianowniki, wypadną mi terminy proporcyonalne: 2. 10 : : 1. Jeżeli zaś mianowniki rożne będą, sprowadzam owe frakcye do iednego Mianownika, ktorego potym zmazawszy, będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi; n. p. $\frac{1}{2}$. 5 : : $\frac{1}{3}$. te frakcye do iednego Mianownika sprowadziwszy, mam: $\frac{3}{6}$. 5 : : $\frac{4}{6}$. teraz zmazawszy

---

zeznawaniu, y zawikłana zdąwać się może, zaczym na dwie reguły proporcyi prostey można ią będzie obrocić, dwa pytania z iednego zadania czynić, albo też y całe opuścić wolno bedzie. Jakoż wielu Arytmetykow o niey ani wzmiankuią.

wszy powszechnego Mianownika, będę miał regułę proporcyi bez frakcyi: 3. 5 : : 4..

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż ile razy ieden termin wychodzący w multyplikacyą skraca się, albo pomnaża przez iaką liczbę, tyle razy, aby inszy do dywizyi należący był skrocony, lub pomnożony przez tęż samę liczbę. To iest w regule porządney proporcyi, może bydź skrocony przez iaką liczbę trzeci y pierwszy, albo drugi y pierwszy. A w regule proporcyi wspak obroconey pierwszy y trzeci, albo drugi y trzeci. Przyczynę tych odmian każdy łatwo pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych, a potym o proporcyi w powszechności, dobrze poiął y zrozumiał. (k)

§. 6.

O Regule Towarzystwa.

36. CO iest reguła Towarzystwa czyli *Societatis*?

Jest ta, ktora podaie sposob do podzielenia liczby iakiey na kilka części proporcyonalnych, iak się z przykładow pokaże.

37. Dla czego nazywa się Towarzystwa, albo społki?

Dla tego, iż naywięcey zażywana bywa od Kupcow, ktorzy społeczeństwo hundlow lub intrat, między sobą prowadzą, y utrzymuią.

38. Jak się odprawuie reguła Towarzystwa?

Odpra-

---

[k] To także ostatnie pytanie położyło się ienynie dla krotszey operacyi reguły proporcyi; więc ktoby się powszechnego sposobu multyplikacyi y dywizyi liczb łamanych trzymać chciał, wolno mu będzie to pytanie opuścić.

Odprawuie się: powtarzaiąc tyle razy regułę trzech prostą, na wiele części proporcyonalnych liczbę zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś układaią się tak: Nayprzod summy pryncypalne, czyli kapitały zbieram w iednę summę, y kładę to za termin pierwszy. Za termin drugi kładę zysk powszechny albo stratę: za trzeci termin kładę summę pryncypalną każdego z osobna Kupca. Za czwarty termin przy każdey operacyi wypadnie zysk parcyalny, proporcyonalny kapitałowi przez każdego z kupcow złożonemu.

Przykład I. Trzech Kupcow zawarłszy z sobą towarzystwo handlowne, dali na zysk spolny, każdy z swoiey strony, następuiące summy. Pierwszy A. łożył złot: 500. Drugi B. łożył złot: 400. Trzeci C. łożył złot: 300. Handluiąc rok cały temi pieniędzmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam ile każdemu z tego zysku proporcyonalnie do swego kapitału przypadnie?

Robota. Zbieram wszystkie kapitały tych trzech Kupcow w iednę summę, to iest: 500 + 400 + 300; y mam za pierwszy termin: 1200; za drugi kładę zysk generalny; za trzeci każdego Kupca z osobna kapitał, y czynię regułę trzech. Oto wizerunek:

Kap.gen:	zysk gen.	kap. parc.	zysk parc.
1200.	800 : :	500. A.	$333\frac{1}{3}$ czyli gr: 10.
1200.	800 : :	400. B.	$266\frac{2}{3}$ czyli gr. 20.
1200.	800 : :	300. C.	200.

Zysk gen. 800.

Przykład II. Piotr, Jan y Paweł razem handluiąc towarami, zarobili ogułem talerow bit: 500.

500. Pierwszy zaś z nich łożył na towary talerow bitych 100. Drugi talerow bit: 200. Trzeci talerow bitych 350. Dzielą się owym zarobkiem; pytam, ile się każdemu dostanie proporcyonalnie do złożoney summy?

Znoszę summy parcyalne w iednę summę, y kładę ią na mieyscu pierwszym &c: iak wyżey.

650.	500 : :	100.	76 $\frac{60}{65}$	Piotr
650.	500 : :	200.	153 $\frac{55}{65}$	Jan
650.	500 : :	350.	269 $\frac{15}{65}$	Paweł.
			500.	

Przykład III. Dwoch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na dyamenty 2000 Czerw: złot: Drugi 3400 Czerw: złotych, tracą na handlu swoim: 1300. Czer: złotych; pytam iaka szkoda każdego summie ma bydź proporcyonalna?

5400.	1300 : :	2000.	481 $\frac{26}{54}$	I.
5400.	1300 : :	3400.	818 $\frac{28}{54}$.	II.

Przykład IV. Trzech Kupcow nakupiwszy towarow w Jndyach, nazad powracali. Pierwszego towar kosztował Czerw: złot: 300. Drugiego Czerw: złot: 500. Trzeciego Czer: złot: 180. Tym czasem wielka na morzu nawałność powstała, y owi Kupcy przymuszeni byli wyrzucić w morze cięższe swoie towary, ktore kosztowały 400. Czerw: zł: Pytam teraz, ile każdy na tym szkodować będzie, proporcyonalnie do łożonych na towary pieniędzy?

	Strata.			
980.	400 : :	300.	122 $\frac{44}{98}$.	I.
980.	400 : :	500.	204 $\frac{8}{98}$.	II.
680.	400 : :	180.	73 $\frac{46}{98}$.	III.
			400 Czer: zł:	

Przy-

Przykład V. Trzech Kupcow chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondycyą, aby pierwszy wziął $\frac{1}{2}$ połowę. Drugi $\frac{1}{3}$ część trzecią. Trzeci $\frac{1}{6}$ część szostą; pytam, ile się każdemu dostanie?

$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158 ::	$\frac{1}{2}$.	79.	I.
$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158 ::	$\frac{1}{3}$.	$52\frac{2}{3}$	II.
$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158 ::	$\frac{1}{6}$.	$26\frac{1}{3}$	III.
			158.	

Przykład VI. Czterech Kupcow wspolnie handluiąc, zyskali na pewnym iarmarku 6000 Czerw: złotych. Pierwszy zaś z nich dał tylko na towar 60 Czer: zł: Drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 Cz: zł. Chcą wiedzieć, ile się każdemu z tego zysku dostanie, maiąc wzgląd na kapitały złożone?

480.	6000 ::	60.	750.	I.
480.	6000 ::	100.	1250.	II.
480.	6000 ::	120:	1500.	III.
480.	6000 ::	200.	2500.	IV.
			6000.	

Przykład VII. Trzech Braci zakupuią wspolnie maiętność czyniącą roczney intraty 70000. zł. Pierwszy A. dał na nię 240000. Drugi B. 300000. Trzeci C. 360000; chcą wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z Dobrowych przypadnie?

Wszystkie parcyalne kapitały razem zebrawszy mam:

900000.	70000 ::	240000.	$18666+\frac{6}{9}$.	I.
900000.	70000 ::	300000.	$23333+\frac{3}{9}$.	II.
900000.	70000 ::	360000.	28000.	III.
			70000.	

Przy-

Przykład VIII. Dłużnik pewny ma czterech kredytorow, z ktorych pierwszemu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czasem zbankretowawszy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc iego dobra opanowali, y przedawszy ie wzięli tylko zł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tey summy proporcyonalnie do długu swego weźmie?

330.	150 : :	90.	$40 \frac{30}{33}$	I.
330.	150 : :	110.	50 ..	II.
330.	150 : :	80.	$36 \frac{12}{33}$	III.
330.	150 : :	50.	$22 \frac{24}{33}$	IV.
			150.	

39. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane iakie okoliczności, n. p. czasu pewnego?

Jle razy się przytrafi, iż do kapitałow złożonych będą przydane okoliczności czasu, przez ktory niemi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcyi składaney, potrzeba wprzod kapitały przez swoy czas rozmnożyć, a potym czynić operacyą iak wyżey.

Przykład I. Trzech Kupcow wspolny handel prowadzą. Pierwszy z nich złożył Czerw: złot: 200 od lat 3. Drugi złożył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku iednego. Zysk generalny z tego handlu trzechletniego był: 2000 Czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zysku wziąść ma?

Robota. Multyplikuię więc każdą summę parcyalną przez iey lata:

200 X 3 = 600.
320 X 2 = 640.
500 X 1 = 500.

Zbieram teraz w iedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740, y układam regułę trzech iak wyżey:

1740. 2000 : : 600. 689 $\frac{114}{174}$.
1740. 2000 : : 640. 735 $\frac{110}{174}$.
1740. 2000 : , 500. 574 $\frac{124}{174}$.

2000.

Przykład. II. Trzech Kupcow razem handluiąc, zyskali 3000. Czer: zł: Pierwszy z nich złożył na towary 200 Czer: złot: Drugi 450 Czer: złot: Trzeci 500 Czer: złot: Lecz pierwszy z nich odebrał swoy kapitał za 8 miesięcy. Drugi swoy odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał swoie pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu generalnego zysku. Pytam ile każdy z tego zysku weźmie, maiąc wzgląd na złożone pieniądze y czas, przez ktory niemi handlowano?

Robota. Multyplikuię terminy pryncypalne przez przypadkowe tak: 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawszy, układam terminy, y czynię regułę proporcyi trzy razy:

930. 3000 : : 1600. 516 $\frac{12}{93}$ I.
930. 3000 : : 2700. 870 $\frac{90}{93}$ II.
930. 3000 : : 5000. 1612 $\frac{84}{93}$ III.

3000.

Przykład III. Dwoch Kupcow A y B zawieraią z sobą przyiaźń na wspolny handel. A łoży na towary Cz: zł: 200, a po 6 miesięcach znowu daie 50. Cz: zł: B zaś łoży Cz: zł: 400, a po 4. miesiącach, bierze nazad 100 Cz: zł: Po skończonym roku maią zarobku Cz: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zysku każdy wziąść powinien?

W tym

W tym przykładzie pierwszego Kupca A Cz: zł: 200 multyplikuię przez 6 miesięcy, przez ktory czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaię Cz: zł: 50, ktore po 6 miesiącach przyłożył, wypada, 1250 Cz: zł: Potym drugiego Kupca B Czerw: złot: 400. multyplikuię przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odciągam 100 Czerw: złot: ktore odebrał, zostaie: 1500 Cz: zł: Teraz te summy zbieram, y kładę na pierwszym mieyscu &c.

2750.	600	: :	1250.	272 $\frac{200}{275}$.
2750.	600	: :	1500.	327 $\frac{75}{275}$.
				600.

40. Kiedy kapitały Kupcow będą rowne, a czas nierowny, iak krocey tę regułę społki odprawić można;

W takowym przypadku dosyć będzie cząstki czasu razem zebrane położyć na pierwszym mieyscu na trzecim zaś każdą cząstkę z osobna; reszta iak wyżey.

Przykład I. Dwoch Kupcow łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale iednego summa była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyskali na towarach zł: 1000. Pytam wiele z tego zysku każdy weźmie?

Robota. Zbieram w iednę summę miesięcy 12 y miesięcy 10; będzie 22 miesięcy. Kładę to na mieyscu pierwszym, zysk generalny na drugim, a na trzecim miesiące; przez ktore każdego pieniądze na handlu były, y czynię dwa razy regułę proporcyi tak:

	zysk gen:		Mies:		
22.	1000	: :	12.	545 $\frac{10}{22}$.	I.
22.	1000	: :	10.	454 $\frac{12}{22}$.	II.
				1000.	

 Przy-

Przykład II. Trzech sług służyli Panu iednemu pewny czasu przeciąg. Pierwszy służył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10 Pan umieraiący, ponieważ im zasług niewypłacał, zapisuie im 6000 złot. ażeby te w proporcyi do czasu ich zasług, podzielone między nich były. Pytam wiele każdemu Exekutor testamentu dać powinien?

Podobnie w tym przykładzie zbieram lata, ktorych tu iest: 24, y kładę na mieyscu pierwszym, na drugim pieniądze legowane; na trzecim każdego sługi lata &c.

24.	6000 : :	8.	2000.	I,
24.	6000 : :	6.	1500.	II.
24.	6000 : :	10.	2500.	III.
			6000.	

41. Jakie tey reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawioney reguły Towarzystwa iest to: gdy zebrawszy wszystkie parcyalne zyski albo straty, postrzegam, iż wyrownywaią generalnemu zyskowi albo stracie, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 7.
O regule wiązania.

42. CO iest reguła wiązania albo *Alligationis*?

Jest ta, ktora mi podaie sposob do wynalezienia sprawiedliwey ceny iakiey mięszaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmięszanych, gdy śrzednia taka dana będzie.

43. Dla czego się nazywa wiązania?

Bo w niey rzeczy rożney między sobą ceny

ny wiążemy, czyli mięszamy, n. p. rożne trunki, towary, kruszcze, miary, wagi, albo też taxę śrzednią założywszy, wiążemy, y szukamy części z danych trunkow, albo towarow, aby za owę śrzednią taxę sprawiedliwie sprzedać ie można. A zatym dwa tey reguły trafunki bydź mogą.

44. Jak się ta reguła odprawuie w pierwszym trafunku?

Kiedy ceny sprawiedliwey iakiey mięszaniny szukam, multyplikuię miary czyli części przez dane ceny, y układam regułę proporcyi: Na pierwszym mieyscu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim summę generalną wyrażaiącą cenę wszystkiey owey mięszaniny. Na trzecim iednę miarę, funt, czyli cząstkę, ktora w pytaniu zadana była. Potym przez termin pierwszy dzielę drugi, bo trzeci iedno znaczący nie multyplikuie, y wypadnie liczba szukana.

Przykład I. Ma Kupiec dwoiakiego rodzaiu Tabakę: Maroko funtow 30, a Hollenderki funtow 10. Pierwszą przedaie po złot: 5. Drugą po złot: 3. Mięsza owe tabaki; pytam poczemu funt owey Tabaki mięszaney przedawać powinien?

Robota: Multyplikuię nayprzod funtow 30 przez złot: 5; potym funtow 10 przez złot: 3. Dwa te produkta wypadaiące razem zebrawszy, kładę na mieyscu drugim, a na pierwszym summę funtow: 30 + 10, to iest: 40. Na trzecim zaś funt ieden, ktorego ceny szukam. Tym sposobem:

Funty.

Funty. Złote.

30 X 5 = 150.

10 X 3 = 30.

---

40 180 :: 1. $4\frac{1}{2}$.

Więc funt Tabaki owey zmięszaney przedawać ma po puł pięta złotego.

Przykład II. Ma kto dwoiakie żyto; przednieyszego korcy 15, pośledniejszego korcy 20. Pierwszego korzec przedaie po złot: 14. Drugiego po złot: 12. Zmięszawszy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedawać powinien?

Toż samo co wyżey uczyniwszy wypadnie liczba szukana $12 + \frac{6}{7}$.

15 X 14 = 210.

20 X 12 = 240.

---

35 450 :: 1. $12 + \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$.

Przykład III. Ma Mincarz troiakiey proby srebro; iednego grzywna po złot: 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złot: 58. Pierwszego ma grzywien 200. Drugiego 180 Trzeciego 90. Troiakie to srebro stopiwszy w iednę massę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Multyplikacyą, y dywizyą uczyniwszy, mam liczbę szukaną: $67\frac{23}{47}$.

200 X 74 = 14800.

180 X 65 = 11700.

90 X 58 = 5220.

---

470. 31720 :: 1. $67\frac{23}{47}$.

Przykład IV. Kupiec ma dwoiaki wosk, przednieyszy y pośledniejszy, pierwszego ma funtow 100; funt po złot: 2. gr: 15. Drugie-

go ma funtow 60; funt po zł: 2. Robi z tego swiece: knoty y robota kosztuie go złot: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma przedawać?

Funty.	Złot:	Gr:		Gr:	Grosze.
100 X	2 +	15	czyli X	75 =	7500.
60 X	2		czyli X	60 =	3600.
Złot:	15 =		groszom :		450.
160.			11550 : :	1.	72 groszy.

Frakcyą porzucam, a przydaię 4 gr: ktore na każdym funcie chcę zyskać; wypada: 76 gr. Tyle więc za funt każdy ma brać. Procz tego ma y na tym zarobek, iż swiece z knotami więcey ważą, y więcey funtow składaią, iak sam wosk osobno wzięty.

45. Jak się ta reguła doświadcza w pierwszym razie?

Tak iak reguła proporcyi prosta porządna, to iest: produkt liczb śrzednich powinien bydź rowny produktowi liczb skraynych. O czym wyżey dostatecznie mowiliśmy.

46. Jak się ta reguła odprawuie w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywszy, rzeczy rożnych gatunkow mięszać potrzeba, aby mięszaninę z nich zrobioną, za taxę owę sprawiedliwie sprzedać można; w ten czas ceny trunkow, lub towarow (albo iakichkolwiek innych rzeczy) kładę iednę pod drugą; a na lewey ręce piszę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potym porownywam cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piszę na prawey stronie cen danych. To uczyniwszy zbieraią się do kupy

prze-

przewyżki, y kładą się na pierwszym mieyscu. Na drugim cząstka czyli liczba szukana, to iest ieden garniec, albo funt &c. Na trzecim iedna z przewyższek, y powtarza się tyle razy reguła proporcyi, ile iest cen danych czyli przewyższek. Każdy czwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykłady:

Przykład I. Korzennik Szafranu podleyszego funt przedaie po złot: 50, przednieyszego funt po złot: 62. Taxa Szafranu stanęła po złot: 55. Pytam iak ma mięszać obydwa rodzaie Szafranu, aby mogł bez swoiey szkody przedawać funt po złot: 55?

Według przepisaney nauki kładę iednę cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak:

	Ceny
	50.
Taxa 55	
	62.

To uczyniwszy wiążę, czyli porownanym przez Subtrakcyą cenę mnieyszą z taxą 55, mowiąc: 50 od 55, zostaie się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potym porownywam drugą cenę, mowiąc: 55 od 62, zostaie się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Toż dopiero zbieram te przewyżki w iednę summę, y układam regułę proporcyi według podaney nauki. Oto wizerunek:

	Ceny	Przewyżki.
	50	7
Taxa 55		
	62	5.

Summa przewyższek: 12. 1 :: 7 $\frac{7}{12}$.
12. 1 :: 5 $\frac{5}{12}$.

Z pod-

Z podleyszego tedy Szafranu ma brać na funt $\frac{7}{12}$, a z przednieyszego po $\frac{5}{12}$, to zebrawszy będzie miał $\frac{12}{12}$, czyli funt cały czego szukałem.

Przykład II. U Winiarza znaydnią się dwa gatunki wina: iednego garniec po złotych 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto niedaie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z oboyga win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwszego, ile z drugiego wina zmięszać powinien, ażeby kupuiącemu dał garniec wina w sprawiedliwey do danych pieniędzy proporcyi?

	Ceny win	
	20	2
Taxa 17		
	15	3.

Summma przewyższek: 5. 1 :: 2 $\frac{2}{5}$.
5. 1 :: 3 $\frac{3}{5}$.

Z pierwszego tedy wina wziąwszy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy częsci z pięciu iednego garca, będzie $\frac{5}{5}$ czyli garniec ieden wina takiego, ktorego cena sprawiedliwa złotych 17.

47. Co ieszcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy się trafi, iż nie dwoch, ale więcey rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione (z ktorych iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze, czyli taxę bydź powinna, y wiązać ie sposobem wyżey podanym z danemi pieniądźmi, tak aby każda cena raz przynaymniey wiązana była. Chociaż

zaś

zaś iednę cenę kilka razy wezmiesz na wiązanie iey z drugiemi, to bynaymniey nie szkodzi, zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze iest większa. N.p.

Przykład III. Mincarz ma srebro troiakiey proby: pietnastey, trzynastey, y dziewiątey, y chcąc go topić na dwunastą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąść ktorego srebra na grzywnę iednę? Ułożywszy terminy czynię porownywania następuiącym sposobem:

	15	3.
	13	3.
12	9	1+3.

Sum: przewyż: 10. 1 : : 3. $\frac{3}{10}$.
10. 1 : : 3. $\frac{3}{10}$.
10. 1 : : 4. $\frac{4}{10}$.

Więc srebra z pietnastey proby weźmie trzy cząstki z dziesięciu; z proby trzynastey, także trzy cząstki z dziesięciu; z proby dziewiątey cztery cząstki z dziesięciu, co wszystko uczyni iednę grzywnę dwunastey proby.

Przykład IV. Funt Szafranu przedaie się po złot: 30. Cynamonu po złot: 24. Goździkow po złot: 8. Herbaty po złot: 14. Daie kto zł: 25, ażeby mu za nie nic więcey tylko ieden funt tych wszystkich korzeni przedano; pytam ile z każdego gatunku na ten ieden funt dać powinien Kupiec?

	Ceny	Przewyżki.
Dane pieniądze: 25..	30.	1+17+11.
	24.	5
	8.	5
	14.	5.

Sum-

Summa przewyższek : 44.

44. 1 : : 29. $\frac{29}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

W tym przykładzie, że tylko iedną cena, to iest złot: 30, większa iest nad daną cenę złot: 25, insze zaś trzy są od niey mnieysze, przeto cenę 30 biorę z każdą z osobna z trzech cen następuiących, y wiążę z danemi 25 złotemi; dla tego summa przewyższek przy pierwszey cenie 30 iest naywiększa, to iest: 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30 ze wszystkiemi następuiącemi wiązałem. Potym czyni się regu'a trzech &c.

Frakcye pokazuią wiele części z każdego korzenia brać potrzeba; a razem zebrane czynią funt ieden, iak potrzebowano.

Przykład V. Pewny chcąc Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań Rzemieślnikowi z czworakiego kruszczu przysposobić sobie materyą. Pierwszego kruszczu cetnar, daymy, kosztuie złot: 12. Drugiego zł: 14. Trzeciego zł: 20. Czwartego 30 zł. Chce zaś ażeby ow dzwon ulany ważył funtow 3500. Daie na sam materyał złot: 560. Pytam teraz, ile Rzemieślnik z każdego kruszcu cetnarow brać powinien, aby woli Fundatora zupełnie dosyć uczynił?

W tym przykładzie nayprzod: 3500 funtow sprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnarow 35. Potym szukam ceny cetnaru iednego z pomięszanych owych kruszcow, przez proporcyą w ten sposob: 35 cetnarow kosztować będą złot: 560, wieleż ieden cetnar? Wypadnie złotych 16.

Teraz

Teraz porownywam albo pierwszą cenę daną z ostatnią, albo pierwszą z trzecią, a drugą z czwartą *&c.* Toż dopiero układam regułę proporcyi. Na pierwszym mieyscu kładę summę przewyższek. Na drugim cetnary 35. z funtow uczynione. Na trzecim po iedney przewyżce. Oto wizerunek:

	12	14.
16..	14	4.
	20	2.
	30.	4.

24.	35 ::	14.	$20\frac{10}{24}$.
24.	35 ::	4.	$5\frac{20}{24}$.
24.	35 ::	2.	$2\frac{22}{24}$.
24.	35 ::	4.	$5\frac{20}{24}$.

Z pierwszego tedy kruszcu powinien brać cetnarow $20 + \frac{10}{24}$. Z drugiego cetn: $5 + \frac{20}{24}$. Z trzeciego $2 + \frac{22}{24}$. Z czwartego $5 + \frac{20}{24}$. Co wszystko uczyni cetnarow 35.

Przykład VI. Hiero Krol Syrakuski dla Bożkow swoich kazał Złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtow ważącą. Zrobioney gdy się dobrze przypatrzył, postrzegł, iż nie była z szczerego złota, ale z srebrem zmięszana. Y żeby mogł był dociec, iak wiele srebra było przymięszanego, przyzwał na pomoc Archimedesa, ktory zaraz Złotnika zdrady doszedł tym sposobem: wziął bryłę złota teyże samey co y korona wagi, y bryłę srebra ważącą także 100 funtow. Potym obydwie te bryły, iako y koronę zrobioną, każdą z osobna wpuścił w naczynie wody pełne, a wytłoczoną wodę od bryły złota, srebra y korony zmierzył, y z tych miar, wziąwszy ich proporcyą,

do-

doszedł wiele funtow srebra do owey korony Złotnik przymięszał.

Daymy iuż, że bryła złota wyrzuciła wody 20. kwaterek. Korona 24 kwaterek. Bryła srebra 36 kwaterek. Pytam, iak wiele srebra było do korony przymięszanego? Układam liczby tym sposobem;

	20	12.		
24.				
	36	4.		
		16.	100 : : 12	75.
		16.	100 : : 4.	25.
				100.

Złota więc w owey koronie było funtow 75, a srebra przymięszanego 25 funtow, ktore razem zebrane, czynią 100 funtow, ile korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę złota y srebra, tyle ważącą co y korona, lecz w takowey okoliczności, dosyć iest wziąść mnieyszą bryłę pomienionych kruszczow, a wsiąwszy proporcyą, doyść można szukaney liczby, n. p. ieden funt złota wyrzuca tyle wody . . funtow 100 wiele wody wyrzucić powinny . . &c. A ztąd podaie się łatwy sposob na doyście wiele do iakiego kruszczu z inszego od Złotnika bydź może przymięszanego.

48. Jaka iest proba tey reguły w drugim trafunku?

Potrzeba zebrać wszystkie cząstki rzeczy zmięszanych: ieżeli rowne są całey mięszaninie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, operacya dobrze uczyniona, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie. Lecz że ta pro-

ba mylna czasem bydź może dla omyłki w przewyżkach popełnioney, mimo ktorey proba dobrze wypadać zwykła, przeto lepiey będzie doświadczyć, ieżeli ceny wszystkich cząstek, z ktorych się cała mięszanina składa, wyrownywaią cenę czyli taxę całey mięszaniny. N. p. w II. przykładzie: ieden garniec kosztuie 20 złot: wiele $\frac{2}{5}$? wypadnie złot: 8. Y znowu: ieden garniec kosztuie złotych 15. wiele $\frac{3}{5}$? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 17, iak założono. (1)

§. 8.

O regule domniemania albo założenia.

49. CO iest reguła fałszywego założenia, *Regula Positionis vel Falsi?*

Jest ta, ktora przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby żadanemu pytaniu zadosyć uczyniła, Y dla tego zowie się fałszywego założenia, iż z fałszywey liczby prawdziwey dochodzi.

50. Wieloraka iest ta reguła?

Jest dwoiaka: Prostego czyli iednego, y dwoistego założenia: *Simplicis & duplicis Positionis.*

51. Co iest reguła iednego założenia?

Jest ta, ktora założeniem iedney liczby na upodobanie, rozwięzuie trudnoćć zadaną. Y o tey teraz mowa, o drugiey niżey.

52. Jak się odprawuie reguła prostego czyli iednego założenia?

Odpą-

[1] Nierozszeraam się nad tą regułą, gdyż w pożyciu ludzkim mało y rzadko bywa używana, zwłaszcza w drugim trafunku.

Odprawuie się następuiącym sposobem: I. Zakładam sobie liczbę, ktorą zdatną bydź sądzę na rozwiązanie zadanego pytania, y to się zowie założenie (*positio*) II. Miarkuię y roztrząsam, ieżeli liczba założona czyni dosyć zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nie czyni zadosyć, układam regułę proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tey zaś proporcyi pierwsze mieysce miec będzie liczba, ktora z fałszywego założenia wypadła, drugie mieysce fałszywe założenie, trzecie nakoniec mieysce zasiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady następuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład I. Kupiec pewny z iarmarku przyszedłszy, spytany: iak wiele czerwonych złotych przyniosł, odpowiedział: iż pięć razy więcey w domu zostawił, niżeli ma przy sobie, a wszystkich pieniędzy ma 42 Czerw: zł: Pytam iak wiele przyniosł?

Rozwiązanie. Daymy, że miał przy sobie przyszedłszy z iarmarku 1 Cz: zł: więc w domu zostawił 5. Czer: zł. Lecz że 1 y 5 Cz: zł: razem zebrane nie czynią 42 Cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyście rzetelney liczby układam regułę proporcyi: kładąc za pierwszy termin liczbę z fałszywego założenia wypadaiącą, to iest 6. Za drugi kładę fałszywe założenie, to iest 1 A za trzeci termin kładę liczbę zadaną, to iest 42 Cz: zł. Czwarty termin liczbę szukaną wskaże.

6. 1 : : 42. 7.

Jak się ma 6 do 1, tak się mieć powinno 42 do 7.

Miał

Miał tedy przy sobie 7 Czer: zł. Albowiem pięć razy tyle, to iest pięć razy siedm, czyni: 35. do tych dodawszy 7, wypada: 42. Więc przez wynalezioną liczbę zadanemu pytaniu dosyć się stało.

Przykład II. Pewny umieraiąc legował na trzech Synowcow swoich 8000 złotych z tą kondycyą: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam wiele każdy z nich weźmie?

Rozwiązanie. Daymy że trzeci bierze złot: 10; więc drugi 30, a pierwszy 6. Zbieram te summy, y uważam, ieżeli zadaniu owemu stało się dosyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynoszą 100, a powinny były wynosić 8000. Układam tedy regułę proporcyi sposobem wyżey podanym.

100. 10 : : 8000. 800.

Jeśli tedy ostatni bierze 800, więc drugi 2400, a pierwszy 4800. Te summy razem zebrane wynoszą 8000, ktore legowano; więc iuż zadanie rozwiązane.

Przykład III. Jan umieraiąc zostawił 5000. Czerw: złot: testamentem Zonie, Corce y Synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby Zona cztery razy więcey wzięła niż Corka, Syn zaś pięć razy więcey niżeli Zona. Pytam wiele Zona, wiele Corka, wiele Syn weźmie?

Daymy że Corka bierze Cz: zł: 1, więc Zona 4, Syn zaś pięć razy więcey niż Zona, to iest: 20. Te summy w iedno zebrane, wynoszą Cz: zł: 25. Jan zaś zostawił 5000 Cz: zł. Więc na doyście prawdziwey liczby układam regułę trzech:

25. 1 : : 5000. 200.

Wie-

Wieloraz 200 pokazuie, iż tyle weźmie Corka; więc Zona 800, a Syn 4000.. Te summy zebrane czynią 5000 czerwonych złotych od Jana zostawionych.

Przykład IV. Pewny Kupiec spytany, iakby wiele wszystkie iego towary warte były? odpowiedział: ceny, ktorą wszystkie moie towary wynoszą, wziąwszy część trzecią, część czwartą, y część piątą, miałbyś Czer: zł: 470. Chcę wiedzieć, wiele w samey rzeczy towary iego warte?

W tym y w innych podobnych przykładach, rzecz iest oczywista, iż tu taką liczbę brać potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta y piąta, uczynią Cz: zł. 470. Kładę za tę summę n. p. 60. ktorych część trzecia, iest 20, część czwarta iest 15, część piąta iest 12. Wszystkie te summy czyli części zebrawszy, to iest: 20 ✝ 15 ✝ 12, wynoszą 47. Lecz powinny były czynić 470. Układam więc regułę proporcyi sposobem następuiącym.

47. 60 :: 470. 600.

Dochodzę tedy, że wszystkie owe towary warte Cz: zł: 600; gdyż z tych część trzecia czyni 200, czwarta 150, piąta 120; te zaś części dodane, czynią razem Czerw: zł: 470, iak założono.

Przykład V. Nieprzyiacielskiego woyska część trzecia zabita, część czwarta w niewolą wzięta, a tysiąc uciekło. Pytam ile było wszystkiego woyska, potym iak wielu na placu legło, y wielu w niewolą wzięto.

Daymy że wszystkich żołnierzy było 24. Zaczym trzecia ich część będzie 8, czwarta 6. Te części zebrawszy, mam 14. Ktore od-

ciągam od 24 założonych, zostaie się 10, a powinno było zostać się 1000. Układam przeto regułę proporcyi tak: 10 zostaie się, gdyby ich było 24; aby ich zostało 1000, wiele ich bydź musiało?

10. 24 :: 1000. 2400.

Wypada wszystkich żołnierzy 2400, ktorych część trzecia zabitych, czyni 800, część czwarta brańcow, czyni 600, a 1000 uciekłych, wszystko wynosi 2400.

Przykład VI. Sokrates spytany, wieleby miał Uczniow, odpowiedział: połowa Uczniow moich słucha Fizyki, czwarta część Metafizyki, osma część Matematyki, a procz tego mam nowych 8. Pytam iak wiele miał wszystkich Uczniow?

Daymy że miał Uczniow 16; więc połowa będzie 8, czwarta część 4, osma część 2. Znoszę te części, y mam 14. te odciągam od 16, zostaie 2, a powinno było zostać 8. Zaczym układam regułę proporcyi tak:

2. 16 : : 8. 64.

Miał więc wszystkich Uczniow 64, z ktorych połowa iest 32, część czwarta 16, część osma 8, y nowych ośmiu; tych wszystkich razem dodawszy, uczyni: 64.

Przykład VII. Student dostawszy od Rodzicow pewną liczbę gruszek, gdy powracał do gospody, w drodze rowiennikowi swemu, z nim spotkawszy się, dał połowę; w bramie miasta dał bratu swemu połowę połowy, czyli część czwartą, do gospody przyszedłszy dał wspoł uczniom swoim część piątą, samemu, gdy rachuie, pięć tylko w kieszeni zostało się. Pytam ile gruszek Rodzice mu dali?

Day-

Daymy, że mu dali 20, więc połowa będzie 10, czwarta część 5, piąta część 4. Zbieram te części, mam 19; te odciągam od 20, zostaie się 1, a zostać się powinno było 5. Więc mowię: 1 zostaie założywszy 20, aby się zostało 5, wiele trzeba było założyć?

1. 20 : : 5. 100.

Wypada 100. Darował więc 95, a samemu 5 zostało się. Co czyni sto.

53. Na czym się zasadza reguła fałszywego założenia?

Zasadza się na regule proporcyi porządney; albowiem w tey regule iak się ma liczba z fałszywego założenia wynikaiąca, do liczby fałszywie założoney, tak się mieć powinna liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym łatwe rozwiązanie zadań zawisło naywięcey na porządnym ułożeniu w proporcyą terminow fałszywego założenia, aby za położeniem rzetelnego terminu na mieyscu trzecim, na czwartym wypadło rzetelne założenie zdatne na rozwiązanie zadanego pytania.

54. Jak się ta reguła doświadcza?

Uważam y roztrząsam, ieżeli wynaleziona liczba, czyni zadosyć pytaniu zadanemu ze wszystkiemi iego kondycyami, iak po każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 9.

O regule dwoistego fałszywego założenia.

55. CO iest reguła dwoistego założenia, *Duplicis Positionis*?

Jest ta, ktora rozwięzuie zadaną trudność przez założenie dwoch liczb do upodobania.

Ta reguła iest uniwersalnieysza, niż poprzedzaiąca; gdyż wszystkie pytania, ktore tamta rozwięzuię, y ta rozwiązać może, ale nie przeciwnie, bo ta wiele inszych rozwięzuie, ktorych tamta niepotrafi.

56. Jak się odprawuie reguła dwoistego założenia?

Nayprzod, Bierze się za summę, ktorey szukasz, iakakolwiek liczba, iak w regule iednego założenia, ktora roztrząśniona, według zadanych kondycyi, gdy danemu pytaniu nieczyni zadosyć błąd w założeniu tey liczby zachodzący, pisze się na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą rożnicą: iż ieżeli błąd ow iest popełniony przez większe założenie (*per excessum*) nad rzetelną liczbę, ktorey szukasz, trzeba go pisać przy owym założeniu, ze znakiem addycyi +; a ieżeli błąd ow iest popełniony przez mnieysze założenie (*per defectum*) nad liczbę, ktorey szukasz, trzeba go pisać ze znakiem Subtrakcyi —; z ktorych znakow pierwszy + znaczy większość, drugi — znaczy mnieyszość, czyli brak.

Powtore: Bierze się za drugie założenie insza liczba, od pierwszey założoney większa, lub mnieysza, według upodobania (w niektorych przykładach bardzo rzecz pożyteczna, brać liczbę podwoyną pierwszey, *duplum prioris positionis*) a roztrząsnąwszy ią podobnie iak y pierwszą; ieżeli y ta zadanemu pytaniu zadosyć nieczyni, pisze się także przy niey błąd ze znakiem większości +, lub ze znakiem mnieyszości —, iak wypadnie. Te więc błędy albo obydwa będą popełnione przez większość +, lub obydwa przez mnieyszość —, y zowią ię

podo-s

podobne; albo ieden przez większość, drugi przez mnieyszość, y zowią się nie podobne,

57. Jak więc w tych obydwoch trafunkach postąpić sobie trzeba?

I. Kiedy błędy są sobie podobne, multyplikuy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, y wzaiemnie założenie drugie multyplikuy przez błąd założenia pierwszego. Potym zachodzącą między temi dwiema produktami przewyżkę (m) podziel przez przewyżkę zachodzą między błędami. Wieloraz wypadły pokaże rzetelną liczbę, ktorey szukasz.

II. Jeżeli zaś błędy są sobie nie podobne, w ten czas produkta obydwa wzmiankowanym sposobem uczynione, w iednę summę zbierz, y podziel przez błędy obydwa w iednę summę zniesione. Wieloraz wskaże liczbę rzetelną dotąd nie wiadomą.

Przykład I. Trzech Kupcow zarobill 400 złotych. Zysk drugiego większy iest niż pierwszego złot: 12. Zysk zaś trzeciego większy iest niż drugiego złotemi 16. Chcę wiedzieć zysk każdego z osobna Kupca?

Rozwiązanie. Zakładam sobie do upodobania liczbę zysku pierwszego Kupca, n. p. zł. 1. y roztrząsam, ieżeli się ta liczba zgodzi z okolicznościami zadanego pytania: w ten sposob: Jeżeli pierwszy Kupiec zyskał złoty 1, to wtory zyskać musiał: 13, a trzeci 29, ktore zyski czynią złot: 43, a miało bydź złot: 400. Założona więc liczba nie czyni zadosyć pytaniu, y błąd, czyli rożnica między znalezioną liczbą 43, a rzetelną 400, iest zł: 357,

[m:] Przewyżka czyni się odciągaiąc mnieyszą liczbę od większey.

ktore piszę na prawey stronie założenia pierwszego, ze znakiem mnieyszości — tak:

I. Założenie 1. Błąd — 357.

Zakładam potym inszą liczbę, n. p. daię że pierwszy Kupiec zyskał 2 złote, więc drugi zyskał: 14, trzeci: 30. Te zyski zniesione uczynią złot: 46, a powinny były uczynić zł: 400. Więc y tu błąd iest popełniony przez mnieyszość złot: 354, od summy rzetelney, ktory piszę na prawym boku założenia drugiego ze znakiem — tak:

II. Założenie 2. Błąd — 354.

A ponieważ w tey operacyi obydwa błędy są sobie podobne, to iest: obydwa w założeniu popełnione przez mnieyszość od rzetelney summy; więc według nauki daney w pierwszym punkcie, multyplikuię założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest 1 X 354 = 354, a założenie drugie multyplikuię przez błąd założenia pierwszego, to iest 2 X 367 = 714. Z tey multyplikacyi obydwa produkta wynikaiące, mnieyszy od większego odciągam, to iest 714 — 354, mam przewyżkę między temi produktami zachodzącą 360, ktorą dzielę przez przewyżkę 3, między dwoma błędami zachodząca (bo 357 — 354 = 3) y mam wieloraz 120, ktory pokazuie, że pierwszy Kupiec zyskał złot: 120, więc drugi zyskał 132, a trzeci 148, gdyż te parcyalne zyski dodane czynią 400. złotych, ktora summa w pytaniu założona była. Oto tey roboty wizerunek:

I. Założenie 1. Błąd — 357.
II. Założenie 2. Błąd — 354.

Przewyżka błędow - - 3.

Pro-

Produkt drugi z 2 X 357=714.
Produkt pierwszy z 1 X 354=354.

Produktow przewyżka - 360.

Podzielenie przewyżki produktow przez przewyżkę błędow: 3 | 360 | 120. Wieloraz.

Przykład II. Kaius umieraiąc zapisał trzem Kościołom A. B. C. summę czerwonych złot: 110. z tą kondycyą, ażeby drugi Kościoł B wziął tyle dwoie co A, y nad to 10 Cz: zł: C zaś aby wziął tylę co B, y ieszcze 15 Cz: zł. Pytam ile się każdemu Kościołowi dostanie?

Na rozwiązanie pytania tego, kładę dla A 1 Cz: zł: więc B weźmie 12, C zaś 27, te liczby razem dodane, czynią 40 Czer: złot: a miały czynić 110. Błąd tedy popełniony iest — 70.

Kładę znowu dla A Czerw: zł: 2, więc B weźmie 14, C 29. Te liczby dodane, czynią 45, a powinny były uczynić 110. Więc y tu błąd popełniony iest przez brak — 65. A ponieważ znaki są podobne, multyplikacyą odprawuię według nauki w I. punkcie podaney, toż Subtrakcyą, y Dywizyą uczyniwszy, wypadnie wieloraz 15. Więc A weźmie 15. B 40. C 55. Ktore summy parcyalne razem zebrane, czynią Cz: zł: 110. Oto robota:

Założenie. Błędy.

1. — — . 70
2. — — . 65

Przewyżka błędow — 5.

Produkta 65, y 140. Jch przewyżka 75.

5. | 75 | 15 Wieloraz.

Przy-

Przykład III. Pewny spoyrzawszy na kieskę przyiaciela swoiego, rzecze mu: zdaie mi się, że w tey kiesce masz 225 Czerw: złot: ktoremu drugi odpowiedział: mylisz się przyiacielu, ale gdybym miał tyle bwoie co mam, y piątą część tego, y gdybyś mi ieszcze z twoich pieniędzy przydał 5 Czer: zł: w ten czas dopiero summa moich pieniędzy wyniosłaby Cz: zł: 225. Pytam ile w rzeczy samey miał pieniędzy?

Daymy, że miał Czerw: złot: 10, do tych przydawszy drugie tyle 10, y piątą część tego, to iest: 2, y procz tego ieszcze 5 Czerw: zł: wychodzi wszystkich Czer: zł: 10 + 10 + 2 + 5 = 27 Czer: zł:, a miało ich bydź 225. Błąd tedy iest popełniony przez mnieysze założenie nad summę zadaną — 198.

Daymy powtore, że miał Czer: złot: 110, do ktorych przydawszy drugie 110, y piątą część tego 22, y 5 Cz: zł:, wypada wszystkich 247, a miało ich bydź 225. Błąd tedy w założeniu iest popełniony przez większość nad summę założoną + 22.

W tym przykładzie, iż znaki wypadły przeciwne, czyli niepodobne, zaczym podług nauki w II. punkcie daney, multyplikuię nayprzod założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest: 10 X 22 = 220, a założenie drugie multyplikuię przez błąd założenia pierwszego, to iest: 110 X 198 = 21780. Potym summę z tych produktow zebraną 22000, dzielę przez summę błędow, to iest przez 220. Wieloraz 100 pokazuie, że w kiesce było Czerw: złot: 100. Do nich bowiem przydawszy drugie tyle 100, y piątą część

20,

20, y procz tego 5 Czerw: złot: wypadnie summa w pytaniu wyrażona 225.

Założenie.		Błędy.
10	—	198.
110	+	22.

Summa: 220.

Produkta 220 + 21780. Jch summa 22000.

22(0|2200(0| 100. Wieloraz.

Przykład IV. Jałmużnik ieden od trzech żebrakow obstąpiony, daie pierwszemu połowę pieniędzy, ktore ma w kiesce, y ieszcze 2 gro: Drugiemu daie czwartą część, y 3 gro: Trzeciemu daie szostą część, y nad to 4 gro: Zostały mu się tylko 2 gro: Pytam iak wiele miał gro: w kiesce, y po wiele każdemu dał?

Daymy, że miał w kiesce 12 gro: więc pierwszemu dał 6 + 2, drugiemu 3 + 3, trzeciemu dał 2 + 4. Te wszystkie cząstki, z temi 2 gr: ktore się mu zostały czynią 22, a miały czynić 12. Błąd więc przez większość iest popełniony + 10.

Daymy powtore, że miał w kiesce gr: 24. Więc pierwszy wziął 12 + 2, Drugi 6 + 3. Trzeci 4 + 4, co wszystko razem z dwiema gr: ktore się zostały, czyni 33, a miało bydź tylko według założenia 24. Więc y tu błąd zachodzi przez większość popełniony + 9, Odprawuię tedy Subtrakcyą; y multyplikacyą sposobem wyżey podanym, gdyż znaki są obydwa podobne, y wypada wszystkich gro: ktore były w kiesce 132, z ktorych pierwszy ubogi wziął 68, drugi 36, trzeci 26, a dwa się zostały. Te wszystkie części wynoszą summę: 132.

Przykład V. Nauczyciel pewny ma Uczniow pe-

pewną liczbę; z tych polakow iest połowa, Rusinow czwarta częśc, Litwinow piąta część, y procz tych, trzech Niemcow. Pytam wiele miał wszystkich uczniow, wiele Polakow, Rusinow, y Litwinow?

Daymy, że miał Uczniow 20, więc Polakow będzie 10, Rusinow 5, Litwinow 4, razem z trzema Niemcami ci wszyscy czynią 22, a mieli czynić tylko 20 podług założenia. Błąd przeto popełniony przez większość ✝ 2.

Kładę powtore, że miał Uczniow 40; więc Polakow będzie 20; Rusinow 10, Litwinow 8. z trzema Niemcami ci wszyscy czynią 41, a powinni czynić tylko 40. Błąd tedy y tu popełniony przez większość ✝ 1. Daley postępuię sobie według reguł wyżey podanych. Wypadnie wszystkich Uczniow 60. Z tych więc Polakow miał 30, Rusinow 15, Litwinow 12, a Niemcow 3, ktorzy wszyscy wynoszą Uczniow 60.

Krocey to zadanie rozwięzuie iedno założenie. Założywszy bowiem Uczniow 20, wypadnie wszystkich (nierachuiąc 3 Niemcow) 19, to iest: 1 mniey, niż założyłem. Więc układam regułę proporcyi: 1 zostaie się, gdym założył 20, aby się zostało 3, wiele trzeba było Uczniow założyć? &c.

1. 20:: 3. 60.

Przykład VI. W pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Polacy, y Moskale. Liczba Francuzow wraz z Polakami wziętych czyniła 3000. Liczba Polakow z Moskalami czyniła 5000. Liczba Francuzow z Moskalami 4000. Pytam wiele było żołnierzy z każdego narodu, potym ile było wszystkich wraz wziętych?

Kładę

Kładę, że Francuzow było - 500.
Więc Polakow powinno bydź 2500.
Moskalow zaś będzie - - 2500.

Francuzi tedy z Polakami czynią 3000. Polacy z Moskalami 5000. Y dotąd kondycyom zadanego pytania stało się dosyć.

Lecz Francuzi z Moskalami czynią tylko 3000, a powinni byli czynić 4000. Błąd więc iest popełniony przez mnieyszość — 1000.

Kładę powtore, że Francuzow boło 900, więc Polakow będzie 2100, a Moskalow 2900. Krotko mowiąc: Francuzow z Moskalami będzie tylko 3800. a powinno bydź 4000. Zaczym y tu błąd zachodzi przez mnieyszość, to iest — 200. Po odprawioney operacyi, wypadnie Francuzow 1000; więc Polakow będzie 2000, a Moskalow 3000. A przeto Francuzow z Polakami będzie 3000. Polakow z Moskalami 5000, a Francuzow z Moskalami 4000. Oto robota:

Założenie.		Błędy.
500	—	1000.
900	—	200.

Rożnica błędow - 800.
Rożnica produktow - 800000.

Dywizya: 800 | 800000 | 100. Wieloraz.

58. Jak można poznać, kiedy dwoistego założenia na rozwiązanie kwestyi iakiey zażywać trzeba?

Można to poznać następuiącym sposobem: kiedykolwiek do zadanego pytania przyłączona iest iaka pewna, y ustanowiona liczba, ktorą do fałszywego założenia przydać potrzeba,

trzeba, wten czas reguły dwoistego założenia zażyć potrzeba. Tak w I. przykładzie zł: 12, y złot: 16, w II. przykładzie Czer: złot: 10, y 15, &c: ktore do zadanego pytania przydać potrzeba, wskazuią, że to zadanie, dwoistego założenia potrzebuie na rozwiązanie.

Prawda, iż są niektore zadania, ktore y w tym razie mogą bydź rozwiązane przez iedno założenie, iako się pokazuie w przed ostatnim przykładzie, mianowicie kiedy pewną owę liczbę można odciąć od daney summy, czyli liczby założoney, iak przykład następuiący pokaże; Atoli tego sposobu rozeznawania zawsze trzymać się potrzeba, zwłaszcza, iż wszystkie zadania ułatwić można przez dwoiakie założenie, ktore się przez iedno rozwięzuią.

Przykład. Pewny spytany, iakby wiele miał pieniędzy, odpowiedział w ten sposob: tyle mam Czerw: złot: iż gdyby do nich przydano ich połowę, y trzecią część, y czwartą, y nad to 100 Cz: złot: na ten czas uczyniłyby mu 300 Cz: złot. Pytam iak wiele miał pieniędzy?

W tym przykładzie odcinam przyłączoną liczbę 100, od 300, zostaie się 200. Potym kładę, że miał Cz: zł: 12, więc połowa ich będzie 6, trzecia część 4, czwarta część 3, ktore cząstki dodane wynoszą tylko 25, a miały wynosić 200. Zaczym mowię: ieżeli 25 wypada od 12, 200 od wielu wypaść powinno? Wypadnie 96.

25. 12 : : 200. 96.

Tych połowa iest 48, trzecia część 32,

czwar-

czwarta część 24, te cząstki dodane czynią 104, dodawszy do nich 96, czynią 200, do tych nakoniec przydaiąc 100 Czer: złot: odciętych, wypadnie wszystkich 300 Cz: zł.

59. Na co ieszcze w regule tak dwoistego, iako y iednego założenia wzgląd mieć potrzeba?

Na to osobliwiey: aby za pierwsze założenia takich liczb dobierać, ktoreby do rozwiązania zadanego pytania nayzdatnieysze były, y spełna na rożne części bez frakcyi, dane liczby, czyli summy dzielić mogły, aby się ustrzedz zamatwania w operacyach. Nadto na pierwsze założenia trzeba kłaść iak naymnieysze liczby, aby sobie operacyą skrocić, y ułatwić, iak w przykładach poprzedzaiących, widzieć można. Naostatek w regule dwoistego założenia na drugie założenie, użyteczna rzecz iest kłaść podwoione pierwsze założenie, zwłaszcza gdzie liczbę iaką na części dzielić przychodzi.

60. Jak się ta reguła doświadcza?

Doświadcza się roztrząsaiąc, ieżeli wynaleziona liczba zadosyć czyni kondycyom w zadaniu położonym; iak po każdym przykładzie widzić się daie.

§. 10.

Zamyka w sobie rozmaite przykłady, ktore się przez poprzedzaiące reguły rozwięzuią.

1. PRzykłady na regułę proporcyi porządney.

I. Jeżeli od iednego komina, dymowego na rok płacić potrzeba złot: 8. Pytam ile przypadnie wypłacić złotych od kominow 20? Libzba wynaleziona 160.

II.

II. Grabarzowi kopiącemu studnią, od iednego sążnia kubicznego płaci się złotych 6. Pytam ile od sążni 72 dać potrzeba będzie temuż Grabarzowi? Liczba wynaleziona 432.

III. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego, miał robotnikow 180000. Daymy, że na 2 robotnikow dawano codzień 3 złote; Pytam ile na wszystkich codzień wydano? Liczba wynaleziona 270000.

IV. Według Systematu Kopernika ziemia co rok ubiega w kole swoim gradusow 360. Pytam ile gradusow ubieży przez 4 miesiące? Liczba wynaleziona 120.

V. Laska $\frac{1}{2}$ łokcia wysoka, o godzinie trzeciey z południa rzuca cień na 3 łokcie y $\frac{1}{3}$. Przyległey wieży o teyże godzinie iest cień na 300 łokci; Pytam iak wysoka wieża? Proporcya tak stać będzie : $3\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$: : 300. 45. Liczba wynaleziona 45.

VI. Biorąc na rok w prowizyi po 5 od sta, mam złot: 430 $+$ $\frac{1}{5}$. od pewney summy. Pytam ile mieć mogę od teyże summy za lat 9? Proporcya 1. 430 $+$ $\frac{1}{5}$: : 9. $3871\frac{4}{5}$.

VII. Piotr winnym będąc Janowi 3432 zł: ustępie mu kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800. zł: Pytam wiele lat kamienicę owę w długu swoim trzymać powinien? Proporcya tak stać powinna: 8. 1 : : 3432. 4 $+$ $\frac{29}{100}$. To iest trzymać ią ma lat 4. y dni około 105.

VIII. Kupiec łożył Czerw: złot : 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na kapitale swoim Czerw: zł: 80; pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien? Wtym przykładzie złączam

zysk

zysk założony z pieniędzmi łożonemi na towar 80 + 500 = 580. Potym układam regułę proporcyi : 400. 580 : : 1. 1 + $\frac{9}{20}$. Wypada tedy za ieden łokieć: 1. Cz: zł: 8 zł: gr: 3.

IX. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czer: zł: 9072, za ktory był zapłacił Czerw: zł: 8400; pytam ile na kazdym stu zyskał ? Proporcyą tak układam : ieżeli 8400 wyniosły 9072, coż wyniosło każde 100 ? Wypada za czwarty termin 108; więc na każdym stu zyskał Czerw: złot: 8.

X. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerw : złot : 660, to iest na rok każdy Czer: złot: 220. Tym czasem summę tę ofiaruie się natychmiast kredytorowi oddać, ieżeliby mu 10 na każdym 100 ustąpił ; Pytam ile w ten czas wypłacićby powinien ? Układam sobie tak proporcyą : na 100 ginie 10, na 660, wiele zginie ? Przepadnie 66. Te 66, odtrącam od summy 660. zostaie się 594. Tyle więc ma wypłacić kredytorowi.

II. Przykłady na regułę proporcyi składaną.

I. Przez 15 dni bawiąc się 5. Kawalerow w Warszawie tracą wspolnie na wikt Czerw: zł: 86. Pytam Kawalerow 4 przez dni 24. wspolnie żyiących wiele wydadzą ? Liczba wynaleziona 110 + $\frac{2}{25}$ Czerw: złotych.

II. Od przewiezienia 5 cetnarow towaru za mil 25 + $\frac{1}{2}$, zapłacił kupiec złot: 56. Pytam od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru zą mil 35. wiele zapłacić powinien ? Liczba wynaleziona 184 $\frac{8}{17}$, to iest złot: 184, y gro: około 15.

III. W pewnym Konwikcie iest 8 Kawalerow , z ktorych każdy za miesiąc płaci po 6

Czerw:

Czerw: złot:; Pytam za 4 lata wiele im zapłacić przypadnie? Liczba wynaleziona 2304.

IV. Jeżeli 100 Czerw: złotemi zarabia Kupiec przez 8 miesięcy 20 Czerw: złot: pytam za iaki czas temiż 100 Cz: zł: zarobi 30 Cz: zł:? W tym przykładzie można sto Cz: zł: opuscić w operacyi, gdyż taż sama summa sto, drugi raz przypada, aby iedną operacyą to pytanie zakończyć, tak: 20. 8. 30? 12. Liczba więc szukana wychodzi 12.

V. Kupiec pewny kupił 300 funtow pewnego towaru za 60 Czerw: złot: wiedzieć zaś chce, ile na stu Czerw: złot: zarobi, ieżeli też 300 funtow sprzeda za 64 Czer: zł: Albo ile na stu Czerw: złotych straci, ieżeli ten towar sprzeda za 57 Cz: zł:? Układam tak terminy: na 300 chce zarobić 4 Czer: zł: wiele zarobi na 100? Wypada 1 $\frac{1}{3}$. Albo na 300 traci 3 Cz: zł: wiele traci na 100? Wypada 1 Cz: zł.

VI. Pewny Kupiec w Wrocławiu kupił pewnego towaru funtow 500, za 100 Czer: zł: Akcyzy wszystkiey na komorach, y Furmanowi zapłacił 20 Cz: zł. Teraz chce wiedzieć po wiele każdy funt ma przedawać, ażeby nad wszystkę expensę zarobił na każdym funcie po 24 gr:?

W tym przykładzie expensę trzeba przyłączyć do pieniędzy łożonych na towar, y tak ułożyć terminy: za 500 funtow 120 Czer: zł: wiele za 1? Tu czerwone złote sprowadzam na złote przez 17. Wypadnie za ieden funt złot: 4 † $\frac{2}{25}$, to iest prawie gr: 2; Przydaię do tego wieloraza gr: 24, ktore chce zarobić, przypadnie każdy funt po złot: 4, y gr: 26 przedawać.

III.

III. Przykłady na regułę proporcyi wspak obroconą.

I. Pewny plac 18 robotnikow za 3 dni skopali, pytam robotnikow 6 za wiele dni tenże plac skopać powinni? Liczba wynal: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni Rzemieślnikow 6 skończyli; pytam: Rzemieślnikow 15 tenże budynek za wiele dni skończyliby? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole szerokie prętow 15 $\frac{1}{2}$, długie prętow 24, iest rowne drugiemu polu długiemu 30 prętow; pytam iaka drugiego pola szerokość? Liczba wynaleziona 19 $\frac{3}{8}$.

IV. Pisarczykow 5, przez 2 miesiące przepisali pewne dzieło; pytam Pisarczykow 3 wiele czasu na przepisanie tegoż dzieła potrzebują? Liczba wynal: miesięcy 3, dni 10.

V. Sukna 9 łokci, ktorego szerokość iest na 3 pięndzi, wystarcza na zrobienie sukni; pytam iak wiele łokci inszego sukna potrzeba na podobną suknią, ktorego szerokość iest na 2 piędzi? 3. 9 : : 2. 13 $\frac{1}{2}$ łokci.

VI. Oblężone woysko 8500 ma prowiantow na 10 tygodni. Tym czasem ma pewną nadzieię posiłku, lub odstąpienia nieprzyiaciela, lecz aż za 25 tygodni; chce więc Hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wystarczyły na 25 tygodni? 10. 8500 : : 25. 3400 żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcyi składaną wspak obroconą.

I. Pisarczykow 3, w pięć dni napiszą wygodnie 60 kart, pytam kart 300, Pisarczykow 4 za wiele dni napiszą? Liczba wynaleziona za dni 18 y godzin 18. W tym przykładzie ia-

ko y w drugim, y w trzecim, wyższe tylko terminy są wspak obrocone.

II. Piotr na 10 Czerw: zł; przez 3 lata zyskał zł: 60; pytam na Cz: zł: 5, złotych 100, w iakim czasie zyskać może? Liczba wynaleziona za lat 13. miesięcy 4.

III. Piiakow 5 przez dni 6, wypiiaią beczkę wina, 60 garcy w sobie zamykaiącą; pytam piiakow 8, rowną beczkę; iak długo pić mogą? liczba wynal: przez dni 3 y godzin 18.

IV. Kupiec sprowadził pewnego towaru funtow 100, o mil 15, za złotych 36; pytam wiele funtow sprowadzi za złotych 180. o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym y w następuiącym przykładzie niższe tylko terminy wspak obrocone.

V. Wody cebrow 60, na 3 kwadranse wypływa z pewnego naczynia dwiema upustami; pytam 100 cebrow wody, za ieden kwadrans, wiele upustami płynąć powinny? Liczba wynaleziona 10.

V. Przykłady na regułę Towarzystwa.

I. Dwoch przedsiębierze wspolny prowadzić handel. A składa Czerw: złot: 9; B 12. Zyskuią na swoim towarze Cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyskał? Liczba wynaleziona I. $6 + \frac{18}{21}$. II. $9 + \frac{3}{21}$ Czerw: złot.

II. Trzech handluie wraz, C. składa Cz. zł: 20. D. 16. E 30. Tracą na handlu wraz wszyscy Cz: zł: 40; pytam ile każdy szkoduie? I. $12\ \frac{8}{66}$ II. $9\ \frac{46}{66}$ III. $18\ \frac{12}{66}$.

III. Pan pewny niektorych dobr swoich, zastawił na rok część dziesiątą: inszych część dwudziestą; inszych część czterdziestą za zł: 12000. Pytam ile mu każda cząstka pieniedzy

czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I. 6857 $\frac{4}{28}$. II. 3428 $\frac{16}{28}$ III. 1714 $\frac{8}{28}$.

IV. Trzech wspolny prowadzą handel: F składa Czerw: zł. 50, ale od lat 4. G Cz: złot: 90, ale od lat 2. H Cz: zł: 120 od lat 3. Zyskuią razem Cz: zł: 340; pytam iak wiele każdy z osobna korzystał? F. 91 $\frac{66}{74}$. G. 82 $\frac{52}{74}$. H 165 $\frac{30}{74}$.

V. Trzech Kupcow zyskali na swych towarach Czerw: zł: 40. Pierwszy zaś z nich złożył Cz: zł: 60 y żł: 9. od 4. miesięcy. Drugi 50. Cz: zł: y zł: 6. od 3 miesięcy. Trzeci złożył 36. Cz: zł: y zł: 3. od 2. miesięcy; Pytam ile każdemu z tego zysku proporcyonalnie do złożoney summy y czasu przypadnie? Liczba wynal: I. 353 $\frac{2619}{3957}$. II. 220 $\frac{2580}{3957}$. III. 105 $\frac{2715}{3957}$.

VI. Kupcow trzech wspolny prowadząc handel, rowną wszyscy składaią summę, to iest każdy po 50 Cz: złot:, ale z tą rożnicą,, iż A od lat 3. B od lat 2. C od $\frac{1}{2}$ roku. Zyskuią wszyscy razem Czerw: złot: 624. Pytam ile z tego zysku każdy zyskuie? A 340 $\frac{100}{275}$, B 226 $\frac{240}{275}$. C 56 $\frac{200}{275}$.

VI. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma Kupiec dwoiakiego gatunku bawełnę, iednego funt po zło: 3. drugiego gatunku po zł: 2 $\frac{1}{2}$. Pierwszego gatunku bawełny iest funtow 60, drugiego 40. Miesza ten dwoiaki gatunek razem, y chce wiedzieć po czemu na ow czas ieden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: y gr: 24.

II. Ma kto troiakiego gatunku pieprz, pierwszego ma funtow 20, a ieden po złotych 6. Drugiego funtow 16, a ieden po zł: 4. Trzeciego ma funtow 7, a ieden po złot: 5. Ten

pieprz przypadkiem zmięszał się mu; chce tedy wiedzieć, poczemu ieden funt zmięszanego pieprzu kosztować powinien? Liczba wynaleziona po złot: 5. y gr: około 3.

III. Przynosi kto do złotnika bryłę srebra proby dziesiątey, na robienie łyżek, nożow, *&c:* y chce aby to srebro podnieść do proby trzynastey. Pytam ile złotnik z faynzylbru ma brać, ażeby owo srebro stało się proby trzynastey?

Te proby srebra kładę na regułę wiązania, toż przewyżki 3 a 3, zbieram w iedno, mam 6; potym układam regułę proporcyi: 6. 1 : : 3. Czwarty termin $\frac{3}{6}$, toż samo wypadnie z drugiego srebra proby dziesiątey. Więc tak z srebra faynzylbru ma brać po $\frac{3}{6}$. iako y z srebra dziesiątey proby. Teraz te frakcye albo na insze sprowadzam, ktoreby miały Mianownika 16, to iest 16 łotow, aby łatwiey wydział tych sreber uczynić można; albo też iak w tym przykładzie, na mnieysze terminy te frakcye sprowadzam, wypadnie $\frac{1}{2}$, to iest z oboyga srebra po 8 łotow ma brać, gdyż w grzywnie iest łotow 16. Taka grzywna będzie proby trzynastey, po złot: 58 $\frac{1}{2}$.

Gdyby się iaka frakcya została, to łoty na grana sprowadzaćby potrzeba.

Grzywna faynzylbru kosztuie złot: 72, y takie srebro, iest naywyższey 16stey proby.

IV. Arędarz ma troiaką gorzałkę; pierwszey garniec kosztuie 3 złote, drugiey 2 złote, trzeciey 1 $\frac{1}{2}$. Pytam ile z każdego gatunku wziąść potrzeba, ażeby ieden garniec kosztował 2 $\frac{1}{2}$ złot:? Liczba wynal: z pierwszey $\frac{6}{10}$, z drugiey $\frac{2}{10}$ garca, z trzeciey $\frac{2}{10}$ garca.

V.

V. Pewny kazał robić posąg srebrny 300 funtow ważący. Pokazuie mu złotnik dwoiakie srebro, pierwszego funt ieden kosztuie 50, drugiego 40, ktore Pan tak każe zmięszać, aby funt ieden kosztował 48. Pytam, ile z oboyga gatunku wziąść ma, azeby miał 300 funtow, z ktorych każdy kosztowałby 48? Liczba wynaleziona z pierwszego funtow 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwsz: $\frac{8}{10}$, z drug: $\frac{2}{10}$. Taki funt kosztować będzie 48. Oto wizerunek roboty:

50. | 8.
48. |
40. | 2.

10. 300 : : 8. 240. 1wszego srebra.
10. 300 : : 2. 60. drugiego.

III. Przykłady na regułę iednego założenia.

I. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcey nad Piotra, a Jan dwakroć więcey lat nad Pawła, pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym młynie są trzy kamienie, z ktorych pierwszy miele za godzinę korcy 6, drugi korcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wszystkie kamienie zmełły korcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Jozefa, Jakoba, y Marka roczne zebrane intraty, wynoszą złot: 72000. Lecz Jakoba dwa razy większa iest intrata nad Jozefa, a Marka trzy razy iest większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Jozef 8000. Jakob 16000. Marek 48000.

IV. Tytus umieraiąc zostawił summę Czer: złot: 9845 trzem osobom: Synowi, Corce y Kaiowi przyiacielowi, z tą rożnicą: aby Syn wziął połowę, Corka część trzecią, Kaius część czwartą owey summy; pytam wiele ma wziąść Syn, wiele Corka, y Kaius? Liczba wynaleziona Syn wziąść powinien $4543 + \frac{11}{13}$. Corka $3029 + \frac{3}{13}$. Kaius $2271 + \frac{12}{13}$.

V. Pewny bezdzietny umieraiąc legował na 4 Synowcow swoich złot: 34000, z tą kondycyą, ażeby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwa razy tyle, co trzeci; trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty, pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 24000. II. 6000. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny idąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy: $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{5}$, do domu powrociwszy postrzega, że mu tylko zostaie 36 złotych. Pytam iak wiele pieniędzy z sobą wziął był, y wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostaie się 36.

VII. Wieży pewney wierzch widać na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$ części teyże wieży iest zasłonionych dla przyległych domostw; pytam iak owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Założ:

8. 30 : : 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z summy odciągniono część czwartą teyże summy, na ten czas zostaie się lat 90. Pytam wiele w rzeczy samey lat miał? Liczba wynaleziona miał lat 80.

Założ:

Załoź :

18. 16 :: 90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu swoiego : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$, y powiada, że ieszcze winien złotych 72. Pytam, iak wielki dług iego był? Liczba wynaleziona 1728.

Załoź :

1. 24 :: 72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, ktorey : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, y $\frac{1}{6}$ cząstki uczyniłyby 522? Liczba wynaleziona 360.

Załoź :

87. 60 :: 522. 360.

XI. Jest w ogrodzie lew kamienny, ktorego oczami ieśli wodę pompuię, napełni się przyległa wanna w 10 gndzin, ieśli uszami, napełni się w 5 godzin, ieśli pyskiem napełni się w 20 godzin. Pytam w wielu godzinach napełni się, ieśli razem oczami, uszami y pyskiem wodę puszczę? Liczba wynaleziona 2 godzin $+ \frac{6}{7}$.

Daymy bowiem, że na to potrzeba 1 godziny, więc w 1 godz: oczy napełnią $\frac{1}{10}$. Uszy $\frac{1}{5}$. Pysk $\frac{1}{20}$, to iest napełnią razem $\frac{7}{20}$. Lecz powinny napełnić całą wannę, to iest : $\frac{20}{20}$. Więc kładę :

$\frac{7}{20}$. 1 :: $\frac{20}{20}$. 2 $+ \frac{6}{7}$.

XII. Dwoch podroznych obprawuią podroż, pierwszy uchodzi na dzień mil 5 $+ \frac{1}{2}$. Drugi mił 6 $+ \frac{1}{4}$. Pytam, ieżeli pierwszy uszedł iuż mil 15, ktorego dnia ten drugi dogoni go? Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził $\frac{3}{4}$ mili, więc go dogoni za ieden dzień. Przeto proporcya tak stać będzie : $\frac{3}{4}$. 1 :: 15. 20.

VIII.

VIII. Przykłady na regułę dwoistego założenia.

I. Trzech rzemieślnikow zarobili złot: 400. Zarobek drugiego przewyższa zarobek pierwszego złot: 12. Zarobek zaś trzeciego przechodzi zarobek drugiego złot: 16. Pytam ile każdy zarobił? Liczba wynaleziona: pierwszy 120, drugi 132, trzeci 148.

II. Trzech A. B. C. maią pewną summę pieniędzy: A y B maią razem złot: 50. B y C maią 70. C y A maią 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licz: wynal: A 20. B 30. C 40.

III. Czterech Kawalerow zyskali przy grze Czerw: złot: 89; lecz z tą rożnicą, że drugi ośmią więcey Cz: zł: wygrał nad pierwszego; trzeci wygrał tyle, ile drugi, a czwarty tyle, ile trzeci, y nad to ieszcze 9 Cz: zł: Pytam ile każdy zyskał? Licz: wynal: pierwszy 14, drugi 22, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał się Oyca o lata swoie, y taką odebrał odpowiedź: ieżeli do tych lat, ktore teraz masz: $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, a nad to 9 przydasz, będziesz miał lat 100. Pytam ile w rzeczy samey ow Syn miał lat? Licz: wynal: 20.

V. Piotr rozmawiaiąc z Pawłem, rzecze: rozumiem, że liczysz lat 30; tak odpowiedział Paweł, ieżeli z lat twoich przydasz rok ieden, y ieszcze $\frac{1}{8}$, y $\frac{1}{12}$ z tych lat ktore mam, w ten czas mieć będę lat 30. Pytam wiele Paweł miał lat? Liczba wynal: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiaiąc z Kalistenesem Filozofem, rzekł: ia Efestyona 2 laty przechodzę, Klitus zaś obydwu nas lata liczy, y ieszcze 4, a przeto wszyscy mamy lat 96. Pytam wiele na ten czas lat miał Ale-

Alexander, wiele Efestyo, wiele Klitus? Liczba wynaleziona Efestyo miał 22. Alexander 24. Klitus 50.

VII. Trzech maią pewną summę pieniędzy, to iest 44 Czer: złot: Ale drugi ma tyle drugie co pierwszy, y ieszcze 4 Cz: zł. Trzeci zaś tyle ma, ile pierwszy y drugi, y ieszcze 6. Pytam ile każdy miał? Liczba wynal: pierwszy 5, drugi 14, trzeci 25.

VIII. Chcę wynaleść trzy liczby, ktoreby dodane uczyniły 60; druga zaś aby pierwszą zawierała w sobie dwa razy, y nad to cztery, trzecia zaś aby w sobie zamykała pierwszą y drugą, y nad to 6? Liczba wynal: pierwsza $7\frac{2}{3}$, druga $19\frac{1}{3}$, trzecia 33.

IX. Jak podzielić liczbę 1000 na dwie części, z ktorych większa przechodziłaby mnieyszą tą liczbą 49? Licz: wynal: większa liczba $524\frac{1}{2}$, więc mnieysza $475\frac{1}{2}$.

X. Dwoch kupuią pole pewne złotych 100 otaxowane. Pierwszy do drugiego mowi: gdybyś mi z twych pieniędzy dał połowę, mogłbym sam to pole kupić. Drugi zaś rzecze: gdybyś mi z twych pieniędzy $\frac{1}{3}$ dał, ia sam owo pole zapłaciłbym. Pytam ile każdy miał pieniędzy? Licz: wynal: pierwszy 60, Drugi 80.

Założ:

Drugi	20 - 50.	
Pierwszy	90.	
Drugi	32 - 40.	
Pierwszy	84.	

Kładę, że drugi miał zł: 20; z tych ustapuie pierwszemu połowy to iest 10, więc pierwszy miałby 90. Potym pierwszy ustępuie drugiemu trzeciey części, to iest 30, y będzie miał 50, więc mu ieszcze 50 do sta niedostaie, piszę ten błąd &c.

A zno-

A znowu czynię drugie założenie tymże sposobem &c.

XI. Alexander W. przed batalią, ktorą miał stoczyć z Daryuszem, kazał rozdać między żołnierzy swoich 77500 funtow mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Pieszemu każdemu po 2 funty. Było zaś Piechoty 7 razy więcey niż Kawaleryi, y ieszcze 500. Pytam, ile Kawaleryi, ile Piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: Kawaleryi wyprowadził 4500. Piechoty siedm razy więcey y ieszcze 500, to iest: 32000.

ROZDZIAŁ IV.

O wyciąganiu ścian.

POspolitsze, y w częstym używaniu ściany są te: Kwadratowa, czyli czworograniasta, lub czteroboczna, wyciągana z czworgrania (*ex quadrato*) y kubiczna czyli sześciogranna, lub sześcioboczna, albo pełna, wyciągana z sześciogranu (*ex cubo.*) O tych teraz mowa będzie.

1. Co iest kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat, albo czworgran, iest liczba przez się samę rozmnożona, n. p. 2 X 2, czynią 4. Także 3 X 3, czynią 9. Te 4 y 9 są kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 y 3, z ktorych multyplikacyi przez siebie samych z osobna kwadraty wyniknęły, zowią się ściany kwadratowe, czyli czworgraniaste. Sciany więc są to te liczby, z ktorych się kwadraty rodzą. A zatym liczba kwrdratowa iest ta, ktorey iedności mogą bydź rozstawione w kwadrat.

2.

2. Co iest sześciogran, co ściana sześciogranna?

Sześciogran iest ta liczba, ktora rośnie z liczby iakiey trzy razy w się wprowadzoney. Albo iest to ta liczba, ktora wynika z kwadratu przez swoię ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 we 2, y z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 staie się z kwadratu 9 przez ścianę iego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 y 3, przez ktore kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywaią się ściany sześciogranne. Liczba sześciogranna nazywa się inaczey kostka dla tego, iż wzdłuż, wszerz y wgłąb iest rownoboczna.

Jeżeli wspomniony sześciogran 8 przez swoię ścianę 2 rozmnożę, wypadnie produkt 16 stopnia czwartego. Ten znowu rozmnożywszy przez tęż ścianę 2, tak 16 X 2, wypadnie nowy produkt 32 stopnia piątego; y tam daley. Sciana bowiem pierwsza 2 zowie się stopień pierwszy, albo po prostu ściana: 4 zowie się stopień drugi, albo kwadrat; 8 stopień trzeci, albo sześciogran; 16 stopień czwarty, albo czworgran czworgrania; 32 stopień piąty, albo sześciogran sześciogrania. Te wyższe stopnie do Algebry odsyłamy; nam dosyć będzie ukazać sposob wyciągania ściany czworgraniastey, y sześciogranney, zwłaszcza, iż wyższych stopni rzadkie iest używanie.

3. Co to iest wyciąganie ściany kwadratowey, y sześciogranney?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowey, albo sześciogranney, iest to wynalezienie liczby owey, z ktorey stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Ktore są reguły służące do wyciągania ścian?

Jnne są do wyciągania ścian kwadratowych, a inne do wyciągania ścian z liczby sześciogranney czyli pełney. O każdych z osobna mowić będziemy.

§. 1.

O wyciąganiu ściany czworograniastey z liczby daney.

5. CO iest wyciąganie ściany czworograniastey?

Wyciąganie ściany czworograniastey, iest to, iakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiey, ktora w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, ieżeli iest spełna kwadratowa, a ieżeli nie iest spełna kwadratowa, rodzi naywiększy kwadrat, ktory się w niey zamyka. N. p. liczby 36, iest ściana 6, gdyż 6 X 6 = 36.

6. Jeżeli liczba dana niewynosi więcey nad sto, iak iey ścianę łatwo znaleść można?

W ten czas daney liczby ścianę czworogranną łatwo znaleść można w następuiącey tabliczce:

Sciany.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czworgranie	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba iest spełna kwadratowa; n. p. Chcąc doyść, iaka iest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, y znayduię ią w czwartym rzędzie, y 4 w tymże samym rzędzie w wyższey kolumnie położone. Te 4 są ścianą kwadratową 16; bo

bo 4 X 4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie iest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby naybliższey przychyłaiącey się do liczby zadaney, n. p. Chcąc wiedzieć, iaka iest ściana czworogranna 50? Szukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tam ta liczba 50 mieści się; ktorey iż nie znayduię, więc biorę liczbę naybliżey przychylaiącą się do niey, to iest 49, y mam w wyższey kolumnie ścianę iey czworogranną 7. Bo 7 X 7 = 49. Liczba przeto 50 rzetelney ściany swoiey nie ma.

7. Jakie są reguły na wyciąganie ściany czworogranney z liczby daney iakieykolwiek, ktora więcey nad sto wynosi?

Te następuiące: *Nayprzod* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynaiąc, podzielić punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piąta, y tak daley, zawsze iednę figurę przeskakuiąc. Tym sposobem podzielisz daną liczbę na części, z ktorych każda będzie miała dwie figury, procz pierwszey części od lewey ręki, w ktorey często iedna tylko figura przypada. Jle zaś będzie części w liczbie tak podzieloney, czyli ile będzie punktow położonych, tyle mieć w sobie powinna figur sciana wynaleziona.

Powtore. To uczyniwszy, zaczynam samą robotę, biorąc pierwszą część od lewey strony liczby daney, y szukam iey na tabliczce czworgraniow, ktorą ieśli znayduię, biorę przypadaiącą iey ścianę, ieżeli nie znayduię, to biorę ścianę czworgranu naybliżey do tey liczby przychylaiącego się, y piszę ią na mieyscu

scu osobnym, za pierwszą część ściany generalney.

Potrzecie. Z wynalezioney ściany robię kwadrat, y odciągam go od pierwszey części liczby daney. Do reszty zaś, ieśli się iaka została, składam drugą następuiącą część z liczby daney, dwie figur zawieraiącą. Potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, piszę ią za dzielnika tey drugiey części.

Poczwarte. Uważam, ile razy dzielnik z ściany podwoioney zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykaiąc atoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney. Wieloraz wypadaiący piszę zaraz, y za część drugą ściany generalney, y na końcu dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, niepomiiaiąc ostatniey tamże dopiero przydaney liczby, a produkt odciągam od całey drugiey części wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną Do reszty pozostałey składam następuiącą trzecią część liczby daney, także we dwoch figurach zawartą, ktorą, nietykaiąc ostatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako y na końcu nowego dzielnika piszę; potym przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywszy, produkt odciągam od całey trzeciey części liczby daney sposobem wyżey podanym. Nakoniec złożywszy następuiącą czwartą część liczby daney do pozostałey reszty, postępuię sobie tak, iak się o drugiey, y trzeciey części powiedziało, aż doydę do ostatniey części, z kto-

ktorey ieżeli się po ostątnim odciągnieniu nic nie zostaie, znak iest, że liczba dana prawdziwy iest czworgran; ieżeli się zaś co zostaie, znać, że liczba spełna kwadratowa nie iest, ani może mieć rzetelney ściany swoiey, to iest znać, że nie może mieć takiey ściany, ktoraby się liczbą spełna całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, iest ścianą kwadratu, naybliżey do daney liczby przychylaiącego się.

8. Co ieszcze o wyciąganiu ściany czworgranney wiedzieć potrzeba?

To osobliwiey: iż ieżeli ściana podwoiona. w części odciętey od liczby daney, y do reszty przyłożoney, brać się nie może, tedy rownie iak w dywizyi, do ściany dodaie się cyfra, a następuiąca część z liczby daney składa się, ieżeli się znayduie &c. Nad to ściana przez dywizyą wynaleziona pomnieysza się iednym, gdy produkt z multyplikacyi ściany przez dzielnika, y przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od ktorey ma bydź odciągniony, na co dobrze pomnieć potrzeba, dla uniknienia wszelkiey omyłki w operacyi. Pokażmy iuż w przykładach danych reguł praktykę:

Przykład I. Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wysłać. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana	Sciana.
18,49.	43.
16	

Dzie-

Dzielnik dru- giey części	8,3	249.
		249.
		- - -

Ażebym z tey liczby ścianę wyciągnął, dzielę ią nayprzod przez punkta na dwie części, sposobem wyżey podanym. A ztąd wnieść można, iż w ścianie dwie figury zamykać się powinny. *Powtore.* Biorę pierwszą część liczby daney 18, ktorey że w tablicy czworgraniow nie znayduię, biorę 16 naybliższe do 18, y przy nich położoną ścianę 4, piszę za pierwszą część ściany generalney. *Potrzecie:* Z tych 4 pierwszey części ściany, robię kwadrat 4 X 4 = 16, a produkt 16 odciągam od 18; Do reszty zaś 2, ktore się po odciągnieniu pozostały, składam następuiącą drugą część liczby daney, to iest 49, y mam: 249. *Poczwarte.* Scianę wynalezioną 4 podwoiwszy, 4 X 2 = 8, kładę ią za dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści się w 24 (nietykaiąc 9. punktem naznaczonych) a wieloraz 3 kładę za drugą część ściany generalney, y oraz przydaię go na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Rozmnożywszy przez 3 dopiero wynalezione, całego dzielnika wraz z przydanemi do niego 3, produkt 249, odciągam od całey drugiey części liczby daney, także 249, y nic się nie zostaie; co znakiem iest, że dana liczba iest prawdziwie czworgranna. A ponieważ niema więcey części liczby daney, zakończyłem robotę.

Sciana więc, ktorey szukałem, będzie w sobie zamykała kamieni 43, Bo 43 w siebie wprowadziwszy 43 X 43, wypadnie liczba

1849.

1849, daney liczbie 1849 we wszystkim rowna. Gdyby zaś po multyplikacyi więcey lub mniey wypadło od daney liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, y na ten czas trzebaby robotę powtorzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w swym woysku żołnierzy 10404. Tych w potrzebie chce uszykować w kwadrat; pytam, ile na każdy bok ma ich postawić, y wiele będzie wszystkich szeregow?

	Liczba dana	Sciana
	1,04,04	102
	. . .	
	1	
20,2	0,404	
	. .	
	404	
	- - -	

W tym przykładzie, że 2 Dzielnika nie mogę brać w drugiey części liczby daney, ktora tu iest cyfra, dla tego za drugą część ściany piszę 0, a do tey drugiey części składam trzecią część liczby daney, y mam 404, ktore przez ścianę podwoioną podzieliwszy, wypada cała sciana liczby daney: 102, y pokazuie, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102. Powtore, iż tyle wszystkich szeregow będzie. Z tey ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewney Chorągwi, iż się walecznie z nieprzyiacielem potkała, daie Generał w nadgrodę odwagi y męstwa złotych 17956, w obozie nieprzyiacielskim znalezione, pod tą kondycyą, aby tyle każdy wziął, ile ich

było w Chorągwi owey. Pytam, ile każdemu żołnierzowi dostanie się, y wiele było żołnierzy w owey Chorągwi?

Liczba dana | Sciana
1,79,56 | 134
. . .
1
2,3 | -79
69
26,4 | 1056
1056
- - - -

Sciana wynaleziona pokazuie, iż w owey Chorągwi było żołnierzy 134, y każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tey liczby 134 kwadrat zrobiwszy, wypadnie dana liczba: 17956.

Przykład IV. Mam wyciągnąć ścianę czworgraniastą z daney następuiącey liczby:

Liczba dana | sciana
6, 24,37,65 | 2498 $\frac{3761}{4997}$.
. . . .
4
4,4 | 224
176
48,9 | -4837
4401
498,8. | -43665
39904
-3761.

W tym przykładzie przy dywizyi drugiey czę-

części, 4 w 22, mogę brać pięć razy; lecz ponieważ produkt z multyplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadaiący, większy iest nad drugą część liczby daney 224, od ktorey mam odciągać, przeto wieloraz zmnieyszam iednym, y za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakosmy wyżey przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9. Co ieszcze w wyciąganiu ściany czworgranney uważać, y wiedzieć potrzeba?

To, co następuie: Jeżeli liczba dana nie iest spełna kwadratowa, tedy reszta od ostatniego odciągnięnia pozostała, iaka iest w tym ostatnim przykładzie: 3761 idzie na liczbę łamaną; w ktorey resztę pozostałą kładę za Licznika, a za mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianie podwoioney, maiącey bydź Mianownikiem, przydaię iedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa iest nad ścianę znalezioną 2498, zaczym podwoiwszy też ścianę: 2498 X 2, do produktu: 4996 przydaie 1, y mam frakcyą ścianie wynazioney przyległą tę: $\frac{3761}{4997}$.

Racya tego ta iest: iż każdy kwadrat większy, mnieyszego po ktorym zaraz następuie, przewyższa ścianą tegoż mnieyszego kwadratu, przydawszy 1, tak dalece: iż dodawszy 1 do podwoioney ściany iakiegokolwiek kwadratu, a tę summę do kwadratu naybliższego mnieyszego, wypadnie kwadrat naybliższy większy. N. p. 16 od 9, to iest kwadrat większy od mnieyszego naybliższego, rożni się tą przewyżką: 3 + 3 + 1 = 7, albo iak się

powiedziało, ścianą kwadratu mnieyszego podwoionego, z przydatkiem iedności. Tę więc summę 7 dodawszy do kwadratu mnieyszego 9, wypadnie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mnieyszego iest 3. (n)

10. Jaki iest sposob na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany kwadratowey?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowey nic innego nie iest, tylko rodzay iakiś dywizyi, z tą tylko rożnicą, że w dywizyi pospolitey iest liczba dana na Dzielnika, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, y to na każdą część liczby daney innego, ktorego z ściany wynalezioney dochodziemy; zaczym iak w dywizyi pospolitey, tak y tu na probę dosyć będzie, ścianę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, y do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnienia, z liczby daney pozostałą: produkt generalny wypadaiący, powinien bydź rowny zupełnie liczbie daney. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 w się wprowadziwszy, wypada: 6240004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6243765.

Ta

---

[n] Z frakcyi ściany znalezioney przyległey, wyciągaią niektorzy czworogranną ścianę przez naybliższe przychylanie się do rzetelney ściany, dodaiąc kilka par cyfer do reszty po odciągnieniu pozostałey, co w Matematyce niemały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynaiących pisana, wygodnie bez tego przybliżania ściany obeyść się może, umyślnie to opuszczamy, maiąc za cel w pisaniu krotkość.

Wyciąganie ściany kwadratowey przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X. Solski w Nauce 17, Zabawy 14 Geometryi swoiey, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

Ta iest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowey, mowmy teraz o kubiczney.

§. 2.
O wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby daney.

11. CO iest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy iuż powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się w prowadzoney, iako n. p. Sześciogran 8, wypada z multyplikacyi liczby 2 X 2 X 2 = 8. Albo też: Jest to produkt z multyplikacyi kwadratu przez swoię ścianę. Tak rozmnażaiąc kwadrat 9 przez swoię ścianę 3, wypada sześciogran 27, ktory się inaczey nazywa stopniem trzecim.

12. Co to iest wyciąganie ściany sześciogranney z liczby daney?

Jest to wynalezienie takiey liczby, ktora przez siebie samę trzy razy rozmnożona, czyni, czyli rodzi liczbę zadaną, to iest sześciogran, czyli kostkę wserz, wzdłuż, y wgłąb rownoboczną, ieżeli dana liczba iest zupełnie sześciogranna: ieżeli zaś nie, rodzi naywiększy sześciogran w owey liczbie zamknięty, n. p. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney 8, iest to wynaleść liczbę 2, ktora trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcey nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ią łatwo znaleść w tablicy następuiącey, n. p. Chcąc doyść, iaka iest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciey

kolumnie tey liczby, y znayduię ią w trzecim rzędzie; więc 3 w tymże samym rzędzie w pierwszey kolumnie położone, są ścianą sześciogranną 27. Bo 3 X 3 = 9, też 9 X 3 = 27. Jeżeli zaś dana liczba nie iest rzetelny sześciogran, w ten czas bierze się ściana naybliższa liczbie zadaney. Tak liczby 170, iest ściana naybliższa 5 &c: iakośmy wyżey o wyciąganiu ściany czworgraniastey powiedzieli.

Sciany	Czworgranie	Sześciogranie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

14. Kiedy liczba zadana wynosi więcey nad tysiąc, iak się z niey wyciąga ściana sześciogranna?

W ten czas trzeba zachować następuiące reguły: *Nayprzod*. Potrzeba daną liczbę, zaczynaiąc od ręki prawey, tak podzielić, aby w każdey części trzy figury znaydowały się, procz pierwszey od ręki lewey, ktora czasem dwie, a czasem iednę tylko figurę mieć może. Jle będzie takich części, tyle bydź powinno figur w ścianie z całey liczby wyciągnioney. Procz tego trzeba, iak wyżey o wyciąganiu ściany czworgranney powiedzieliśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od prawey ręki, y znowu dwie we środku opuściwszy pod szostą figurą, potym pod dziewiątą, dwunastą, y tak daley; zawsze po dwie figury we śrzodku po każdey kropce opuszczaiąc.

Powtore. Pierwszey części liczby daney szukam ściany sześciogranney na tablicy sześciogra-

granow, ktorey ieżeli nie znayduię, biorę scianę sześciogranu naybliżey do niey przychylaiącego się, y piszę ią na osobnym mieyscu za pierwszą część ścianey generalney. Potym z tey ściany wynalezioney robię sześciogran, y odciągam go od pierwszey części liczby daney.

Potrzecie. Do reszty, ieśli się iaka po tym odciągnieniu została, składam następuiącą drugą część z liczby daney, lecz po znalezieniu Dzielnika, iednę tylko z owey złożoney części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę do szukania wieloraza. Dzielnika zaś drugiey części tak wynayduię: z ściany iuż wynalezioney robię kwadrat, y potraiam go, to iest multyplikuię go przez 3; Produkt ztąd wypadaiący będzie Dzielnikiem drugiey części; dopiero uważam, wiele razy ten Dzielnik w owey drugiey części zamyka się (nietykaiąc dwoch figur ostatnich teyże części po kropcę leżących) a wieloraz piszę za drugą figurę ściany generalney.

Poczwarte. Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam Dzielnika, a produkt piszę pod temi liczbami, w ktorych się tenże Dzielnik zamykał; potym potraiam pierwszą część ściany znalezioney, y rozmnażam ią przez kwadrat drugiey części teyże ściany; produkt ztąd wynikaiący piszę pod pierwszym produktem, iedną figurą ku prawey występuiąc. Naostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany wynalezioney, ktory piszę pod drugim produktem, iedną znowu figurą ku prawey występuiąc. Dopiero te trzy produkta razem zbie-

ram,

ram, y odciągam od drugiey części, wziętey wraz z ostatniemi dwiema figurami za kropką stoiącemi.

Popiąte. Do reszty, ieśli się iaka została, składam dalszą część z liczby daney, y szukam nowego Dzielnika tak, iakom wyżey w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, y potraiaiąc go; produkt ztąd wypadaiący, będzie nowym Dzielnikiem. Uważam potym, wiele razy zamyka się w części liczby daney, dwoch ostatnich figur nietykaiąc. Wieloraz piszę za trzecią część ściany generalney. Dopiero robię tym sposobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produkta, ktore zebrane odciągam z trzeciey części liczby daney &c. Tym sposobem można łatwo wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney, choćby naywiększey.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do szukania, czyli robienia produktow, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część iednę trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury; a druga część czwartą figurę, y tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiey, y dokładniey obiaśnią.

Przykład I. Ma kto kamieni rowno ciosanych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wystawić; pytam, iak wiele na każdym boku wszerz, wgłąb, y wzdłuż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba

Liczba dana	Sciana sześciogranna.
1,728	12

1

Dzielnik 3 | - 7,28

6
12
8

728

- - -

Abym z daney liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę że iedności ściana iest 1, ktorą piszę za pierwszą część ściany na boku; a że iedności sześciogran iest 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaie. Powtore składam następuiącą część z liczby daney, y zrobiwszy Dzielnika 3, sposobem przepisanym, widzę, iż się w 7 dwa razy zamyka, piszę ie więc za drugą część ściany generalney; potym trzy produkta, według nauki wyżey podaney, uczyniwszy, y razem zebrane od drugiey części odciągnąwszy, zostaie się nic; co iest znakiem, iż dana liczba zupełnie iest sześciogranna. Sciana zaś wynaleziona 12 pokaże, iż na każdy bok owego postumentu kłaść potrzeba kamieni 12, Bo 12 X 12 daią 144. Te 144 X 12 daią 1728, ile było kamieni danych.

Przykład II. Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z następuiącey liczby:

Liczba

	Liczba dana	Sciana sześciogran.
	66,926,037	$406 + \frac{2621}{495726}$.
	64	
48	29,26,	
4800	29260,37.	a.
	28800 . .	c.
	4320 . .	d.
	216. .	e.
	2923416. .	f.
	...2621. .	g.

W tym przykładzie, postępuiąc sobie podług reguł wyżey podanych, ponieważ w drugiey części liczby daney, Dzielnik 48 w 29 brać się nie może, zaczym za wieloraz piszę cyfrę, a do drugiey części składam trzecią część z liczby daney, y zrobiwszy nowego Dzielnika 4800, widzę, iż w 29, 260 zamyka się 6 razy. Te więc 6. piszę za trzecią figurę ściany, a potym robię produkta do odciągnienia ich z liczby podzielney; to iest wieloraz 6 rozmnażam przez Dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, ktory piszę przy c, potym potroiwszy pierwszą część ściany wynalezioney, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiey części ściany 6, y mam cały produkt, ktory piszę przy d; naostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany 6, a produkt piszę przy e. Te produkta razem zebrawszy, piszę ie przy f, y ten dopiero generalny produkt odciągam z liczby podzielney a, zostaie się 2621 przy g. Co pokazuie, iż liczba

czba dana nie iest zupełnie szcściogranna, czyli pełna. Sciana tedy sześciogranna 406 nie iest ścianą rzetelną liczby daney, lecz tylko ścianą naywiększego sześciogranu, w owey liczbie zamykaiącego się. Dowod dobrze wyciągnioney ściany pełney niżey będzie ukazany.

Przykład III. Mam wyciągnąć ścianę pełną z następuiącey liczby:

Liczba dana	Sciana.
12,454,901,432	2318.

8

Dzielnik 12 | 4454,
2giey części |

36..
54.
27

4167

Dzielnik 1587 | 287901,
3ciey części |

1587..
69.
1

159391

Dzielnik 160083 | 128510432.
4tey części. |

1280664..
44352.
512

128510432.

Scia-

Sciana więc wynaleziona daney liczby iest: 2318. Ta trzy razy w się wprowadzona, uczyni daną Liczbę.

15. Jak insi wyciągaią ścianę pełną z liczby daney?

Jnsi wyciągnąwszy ścianę z pierwszey części liczby daney, tak iak się powiedziało, iednę tylko figurę z drugiey części liczby daney składaią, y uczyniwszy sobie Dzielnika sposobem podanym, szukaią wieloraza, ktory znalazłszy, piszą za drugą figurę ściany. *Powtore.* Z tey znalezioney sciany robią sześciogran, y odciągaią go od obydwoch części liczby daney, a resztę zostaiącą pod liniyką wypisuią. *Potrzecie.* Do tey reszty przydawszy iednę z trzeciey części liczby daney figurę, y znalazłszy nowego Dzielnika tymże samym co wyżey sposobem, y wieloraz za trzecią figurę ściany napisawszy, z całey ściany sześciogran uczyniwszy, odciągaią ten produkt od wszystkich części z liczby daney iuż branych. Y tak daley sobie postępuią, kiedy tego potrzeba. Nie rozciągam się nad obiaśnieniem tego sposobu, bo mi się pierwszy dokładnieyszy zdaie.

16. Jeżeli się co zostaie po wyciągnieniu ściany sześciogranney z liczby daney, czego to iest znakiem?

Znakiem to iest, iż takowa liczba spełna sześciogranną nie iest, y ściana wynaleziona, nie iest ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą naywiększego sześciogranu w owey liczbie zawieraiącego się. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reszta pozostała wy-

rażać

rażać się ma frakcyą, ktorey Licznikiem będzie taż sama liczba pozostała, a Mianownikiem przewyżka zmnieyszona iednym, ktora zachodzi między sześciogranem ściany wynalezioney, y sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciogranną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie Licznikiem przyległey frakcyi, Mianownikiem zaś $19 - 1 = 18$. Cała więc wynaleziona ściana będzie: $2 + \frac{12}{18}$.

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, n. p. 27, przewyższa sześciogran naybliżey od siebie mnieyszy 8, ścianą 2 sześciogranu mnieyszego potroioną, y multyplikowaną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to iest: $27 - 8 = 6 \times 3 + 1 = 19$. Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mnieyszy, trzy razy wziętym kwadratem z ściany mnieyszego kwadratu, przydaiąc potroioną tęż samę ścianę, y do niey 1. Y dla tey przyczyny w żadnym wyciągnieniu ściany sześciogranney, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może bydź większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezioney ściany, oraz z przydaniem produktu potroioney teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę, ktora iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany sześciogranney?

Ta następuiąca: multyplikuie się trzy razy przez siebie samę znaleziona ściana, a do produktu dodaie się reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, summa rowna liczbie daney

ney wypaść powinna; inaczey znakby był popełnioney iakiey omyłki. Tak w przykładzie drugim, ścianę znalezioną przez siebie trzy razy rozmnożywszy, y dodawszy resztę pozostałą 2621, wypada dana liczba: 66926037. Oto wizerunek roboty:

406	
406	
2436	
16240.	
164836	Kwadrat.
406	
989016	
6593440.	
66923416	Sześciogran.
2621	Reszta.
66926037.	Liczba dana.

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa, iako y pełna z frakcyi danych?

Wyciąga się ściana tak z Licznika iako y Mianownika, sposobem wyżey podanym o kwadratach y sześciogranach, wypadnie frakcya za ścianę daney frakcyi, zwłaszcza kiedy y Licznik y Mianownik ma ścianę rzetelną. Tak $\frac{4}{5}$ są ścianą czworgranną frakcyi $\frac{16}{25}$, a $\frac{3}{5}$ są ścianą sześciogranną frakcyi $\frac{27}{125}$. (o)

§. 3.

[o] Jako wyciąganie ściany kwadratowey, tak y sześciogranney przez naybliższe do prawdziwey ściany przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opuszczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne y wyższych sto-

§. 3.

O wynaydowaniu liczb śrzednich nieprzerwanie proporcyonalnych.

MOwiliśmy iuż wyżey, iż dwoiaka iest proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, y prosta czyli porządna, y tamże podaliśmy sposob na szukanie czwartey liczby proporcyonalney porządney. Tu ukażemy sposob na szukanie liczb śrzednich proporcyonalnych.

19. Jak się danym dwom liczbom trzecia nieprzerwanie proporcyonalna wynayduie?

Z drugiey liczby robi się kwadrat, to iest w siebie samę wprowadza się, a produkt z tey multyplikacyi wypadaiący, dzieli się przez liczbę pierwszą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwom danym liczbom nieprzerwanie proporcyonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do ktorych trzeciey liczby nieprzerwanie proporcyonalney szukać mam. Według daney nauki 6 X 6, a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wypada 18 trzeci termin proporcyonalny. ∺ 2. 6. 18. Bo iako 2 w 6, tak 6 w 18 trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego zamyka się w *Lem: 1wszym* Roz: 3go.

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie liczby między sobą pierwsze, to iest: kiedy iedna

---

pniow ściany, do Algebry szczegulnieyszym prawem należą, przez ktorey reguły daleko łatwiey znaydowane bywaią. Można w tey materyi czytać Arytmet: X. Skaradkiewicza, y Naukę X. Solskiego 2ostą, Zab: 14, ktory także opisuie sposob wyciągania ściany sześciogran. przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab 14. Geometryi swoiey.

dna w drugiey spełna kilkakroć brać się nie może, w ten czas trzecia liczba nieprzerwanie proporcyonalna, nie w całkowitey liczbie, ale z przyłączoną frakcyą wypadnie. Tak dawszy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcyonalna: 24 ✝ ½, to iest: ∺ 2. 7. 24 ✝ ½.

20. Jak się wynayduie między dwiema danemi liczbami śrzednia nieprzerwanie proporcyonalna?

Multyplikuią się te dwie dane liczby między sobą, a z produktu wyciąga się ściana kwadratowa; ta ściana będzie śrzednim terminem między danemi dwoma liczbami nieprzerwanie proporcyonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27. między ktoremi szukam liczby śrzedniey nieprzerwanie proporcyonalney: więc 3 X 27 = 81. Z tych 81 wyciągnąwszy ścianę czworgranną, wypadnie ściana 9, czyli śrzedni termin proporcyonalny między danemi liczbami: 3 y 27, to iest: ∺ 3. 9. 27. Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy spełna mieszczą się. Fundament tego masz w tymże *Lem: pierwszym* Rozdz: 3go.

Srzedni zaś termin Arytmetyczny tak się znayduie: dane liczby dodaią się, summy połowa da termin Arytmetyczny proporcyonalny, n. p. 2. 8. Te liczby dodawszy 2 ✝ 8 = 10. połowa summy 5, daie srzedni termin Arytmetyczny proporcyonalny, tak: 2. 5 : : 8.

21. Na co tu ieszcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż ieżeli produkt danych dwoch liczb nie iest rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowey prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez iakiey reszty, w ten czas między takiemi

kiemi liczbami śrzedniey liczby nieprzerwanie proporcyonalney znaleść żadną miarą nie można, dla zachodzącey frakcyi.

Przeciwnie zaś ściana kwadratowa iest śrzednią liczbą proporcyonalną między iednym y swoim własnym kwadratem, dla tego iż każdy kwadrat można brać niby multyplikowany przez 1. Tak 4 ściana kwadratu 16, iest śrzednia liczba nieprzerwanie proporcyonalna, między 1 y 16. Bo ∺ 1. 4. 16; tak się ma 1 do 4. iak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie śrzednie liczby nieprzerwanie proporcyonalne wynayduią się?

Wynayduią się następuiącym sposobem: kwadrat z pierwszey daney liczby zrobiony, rozmnaża się przez liczbę drugą, z produktu wyciągniona ściana sześciogranna pokaże pierwszą śrzednią liczbę proporcyonalną. Podobnież kwadrat drugiey liczby rozmnaża się przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże drugą śrzednią liczbę nieprzerwanie proporcyonalna.

Tak n. p. Chcąc znaleść między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy śrzednie nieprzerwanie proporcyonalne; *Nayprzod.* Czworgran 4, zrobiony ze 2, rozmnażam przez 16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 4, ta będzie pierwszą śrzednią liczbą proporcyonalną. *Powtore*: Kwadrat 256 zrobiony z 16 drugiey liczby daney, rozmnażam przez 2, a z produktu 512 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 8, ta będzie drugą śrzednią liczbą proporcyonalną między 2 y 16.

Zaczym 2. 4. 8. 16. maią między sobą proporcyą ciągłą, czyli nieprzerwaną; gdyż iak sie maią 2 do 4, tak się maią też 4 do 8, a iak się maią 4 do 8, tak się maią też 8 do 16.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż ieżeli z produktu kwadratu iedney liczby rozmnożonego przez liczbę drugą, ściany sześciograniey bez frakcyi wyciągnąć nie można, to między takowemi liczbami z śrzednich liczb nieprzerwanie proporcyonalnych żadną miarą znaleść niemożna. Pożytek tych tu pytań ukaże się w następuiącym Rozdziale, w ktorym mowić będziemy o Progressyach.

§. 4

Zamyka niektore użyteczne zadania, ktore się przez pomienione reguły rozwięzuią.

I. PRzez wyciągnienie ściany kwadratowey. *Zadanie I.* Z lip 625 chcę ogrod kwadratowy zasadzić; pytam, ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana wyciągniona pokazuie, iż na każdy rząd po 25. wypadnie.

Zadanie II. Chce kto dziki sad w kwadrat drzewkami wysadzić, w ktorymby 56 rzędow było; pyta ile mu drzewek na to potrzeba?

Z daney liczby robię kwadrat, produkt 3136 wskazuie mi, iż tyle drzewek potrzeba, aby w owym sadzie było rzędow 56, a w każdym rzędzie po 56 drzewek.

Zadanie III. Chce kto ogrod 24 szeregami drzewek wysadzić, ma na to tylko 568 drzewek, ktore na 23 tylko szeregow wysadzenie wystarczaią, y nad to zostaie się drzewek 39.

Pytam

Pytam, wieleby drzewek ieszcze potrzeba, aby 24 szeregow bydź mogło?

Scianę 23 podwaiam, a do produktu 46 przydaię 1, mam 47, od tych 47 odciągam pozostałych drzewek 39, zostaie się 8, ktore pokazuią, iż tyle drzewek ieszcze potrzeba do owych 568, aby w ogrodzie owym było szeregow 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odciągam 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

Zadanie IV. Nauczyciel pewny rozdaie 324. iabłek między Uczniow swoich, pod tą kondycyą: aby każdemu po tyle się dostało, ile wszystkich było? Pytam wiele miał Uczniow? y wiele każdy z nich wziął iabłek?

Z tey liczby ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypada 18. Tyle więc miał Uczniow, y po tyle każdy wziął iabłek.

Zadanie V. Matka daie swym dzieciom 162 orzechow, pod tą kondycyą, aby każde tyle dwoie wzięło, ile ich iest; pytam ile było wszystkich dzieci, y ile każde orzechow wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwoie, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2, a dopiero z wieloraza 81. wyciągnąć ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18. orzechow.

Na probę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozmnażam przez 2. bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było, wyidzie dana liczba 162.

Zadanie VI. Po zgorzeniu pewnego Klasztoru, wysłani są Zakonnicy na zbieranie iałmużny. Po nieiakim czasie powrociwszy, po-

strzegaią, iż każdy tyle uzbierał, ile ich wysłanych było. Cała zaś sumka od nich przyniesiona, czyni złot: 144. Pytam wiele ich było na kweście, y wiele każdy przyniosł?

Wypada ściana wyciągniona 12. To iest tyle ich było na kweście, y każdy po 12 złot: przyniosł.

Zadanie VII. Umieraiąc Oyciec zostawił Synom swoim złot: 1080, z tą kondycyą, aby każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Pytam wielu miał Synow, y wiele każdemu dostało się?

Daną liczbę przez 30 podzieliwszy, a z wielorażu 36, ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypadnie 6. Synow; każdy więc weźmie po złot: 180.

Zadanie VIII. Ma pewne Miasto kwadratowych kamieni: 76176, każe z nich wystawić Ratusz w kwadratową figurę. Pytam ile Rzemieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnieniu ściany wypada 276, tyle na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

Zadanie IX. Jest baszta wysoka na łokci 24, obwiedziona fossą szeroką na łokci 10, chcąc wystawić drabinę, ktoraby do wierzchołka baszty owey z dalszego brzegu dosięgła; pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Nayprzod z wysokości baszty łokci 24 robię kwadrat = 576, a drugi z szerokości fossy łokci 10 = 100. Powtore te dwa kwadraty razem znoszę, a z summy 676 wyciągam ścianę kwadratową, ktora ukaże, iż drabina bydź długa powinna na łokci 26.

Zadanie X. Hetman liczy piechoty 7569, lecz z nich tylko 2240 są uzbroieni w pance-

rze,

rze, reszta 5329 bez pancerzy. Chce więc uzbroionemi w pancerze zasłonić bezpancernych, a to w figurę kwadratową. Pytam wielu ma postawić uzbroionych w pancerze w każdym rządzie po końcach?

Nayprzod bio ę bezbroynych liczbę 5329, wyciągam z niey kwad at, wypada ściana 73. Powtore wyciągam ścianę z całey liczby piechoty, to iest z 7569, wychodzi ściana 87; toż odciągam iednę ścianę od drugiey, wypadnie rożnica 14. tey połowa iest 7. Zaczym bezpancernych stawiać potrzeba w każdym rzędzie, iak ściana wyciągniona pokazuie, po 73; w każdym zaś rzędzie przed niemi po bokach stawiać potrzeba po 7. uzbroionych w pancerze, tak po lewey, iako y po prawey stronie, to iest połowę rożnicy ścian wyciągnionych. Na probę do 73, przydaię 14 zbroynych w każdym rzędzie postawionych, bedzie 87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę daną.

II. Przez wyciągnienie ściany sześciogranney.

Zadanie I. Ma kto kości sześciobocznych 5832, Chce ie ułożyć w figurę sześciogranną. Pytam wiele na każdym boku, to iest wszerz, wzdłuż y wgłąb kłaść owych kości powinien?

Wyciągnąwszy z daney liczby ścianę sześciogranną, wypada 18. Tyle tedy na każdym boku kości kłaść potrzeba.

Zadanie II. Pewny myśli kazać wystawić statuę, pyta wiele potrzeba mu sprowadzić rowno ciosanych kamieni, aby postument do tey statuy był w kostkę na każdy bok 16 kamieni zabieraiący?

Z daney liczby 16 robię sześciogran, y od-

powiadam, iż mu potrzeba sprowadzić kamieni ciosanych 4096.

Zadanie III. Z dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianey, ważący funt ieden, doyść iaki powinien bydź dyameter kuli dwoch funtowey, trzech funtowey &c. z tegoż samego materyału?

Daymy, że dyameter kuli funtowey dzieli się na części 10. Robię z tych 10 sześciogran 1000, a rozmnożywszy go przez 2, z produktu 2000 wyciągam ścianę sześciogranną, ktora mi ukaże, ile takowych części, dyameter kuli dwoch funtowey, zamykać w sobie powinien; to iest 12. Toż samo czynię szukaiąc dyametru kuli 3 funtowey, 4 funt: 5 funt: &c: to iest multyplikuię sześciogran 1000 przez 3, 4, 5, a z produktow wyciągam ściany sześciogranne, te pokażą dyameter na kulę 3, 4, lub 5 funtową.

Zadanie IV. Rura armatna szeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owey armaty była na 4 cale; pytam iak wielką kulę wyrzucićby mogła?

Z calow dwoch robie sześciograny, y tak sobie postępuię: ieżeli 8 daie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtow; tyle więc ważącą kulę wyrzucić może rura na 4 cale szeroka.

Zadanie V. Gdy straszna zaraza pustoszyła Ateny, Obywatele tamteczni udali się do Apollina, pytaiąc, iakimby sposobem to złe od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo: iż w ten czas powietrze ustanie, gdy Ateńczykowie Ołtarz iego, ktory był sześciogranny we dwoie powiększą. Ztąd sławna urosła kwestya o podwoieniu sześciogranu.

Daymy, że ściana owego sześciogrannego Ołta-

Ołtarza miała w sobie stop Geometrycznych 15. Z tey ściany robię kwadrat 225, y rozmnażam go ſprzez 30 ścianę podwoioną. Z produktu 6750 wyięta ściana sześciogranna pokaze, że owego Ołtarza podwoionego bok ieden powinien był mieć stop Geometrycznych 18 + $\frac{918}{1028}$.

Ale iuż podźmy do progressyi.

ROZDZIAŁ V.

O ſkokach liczb, czyli progreſſyach, y o ich regułach.

§. 1.

O progreſſyi Arytmetyczney, y Geometryczney w poſpolitości.

1. CO to iest skok liczb, czyli progressya?

Progressya albo skok w liczbach, iest to nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedneyże do siebie będących proporcyi, y tenże sam wzgląd maiących, n. p: 1, 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c: iako niżey.

2. Zkąd się rodzą skoki liczb, czyli progressye?

Rodzą się z proporcyi ciągłey, w ktorey drugi termin dwa razy się bierze, raz iako następuiący, drugi raz iako poprzedzaiący, o czym było wyżey, y zowie się śrzedni proporcyonalny. Jeżeli tedy proporcye ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Geometryczne, n. p: 2. 4. 8. więcey iak trzy terminy w sobie zamykaią, zowią się progressyamy, albo skokami liczb.

3. Wie-

3. Wieloraka tedy iest progressya czyli proporcya liczb?

Progressya albo skok liczb iest dwoiaki: Arytmetyczny albo wolny, y Geometryczny albo prędki.

4. Co iest skok Arytmetyczny albo wolny?

Jest to szereg liczb wielu rowno się przewyższaiących iednąż rożnicą albo przewyżką: to iest, kiedy większość lub mnieyszość, ktoremi się terminy ciągnących się liczb wiążą między sobą, będą też same y iednostayne: n. p.

Rząd 1wszy.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
drugi.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.
trzeci.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
czwarty.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
piąty.	35.	30.	25.	20.	15.	10.	5.

W pierwszym rzędzie każdy termin następuiący iednym iest większy nad poprzedzaiący. W drugim rzędzie każdy następuiący dwoma iest większy od poprzedzaiącego, y tam daley.

5. Jak tey rożnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwszy odciągam od drugiego, albo ktorykolwiek od tuż następuiącego, reszta będzie rożnicą czyli przewyżką, iak w położonych przykładach widzieć można.

6. Zkąd, y iak rośnie skok Arytmetyczny albo wolny?

Rośnie przydaiąc rożnicę terminow tey liczbie, po ktorey chcę rozciągnąć progressyą. N. p. Chcąc te terminy: 3. 5. 7. daley rozciągnąć, dodaię do 7 rożnicę 2, mam 9; do 9 przydaię rożnicę 2, mam 11, y tak daley.

7. Co

7. Co iest skok Geometryczny albo prędki?

Jest to szereg liczb wielu w teyże samey y iednostayney proporcyi rosnących, to iest: w podwoyney, potroyney, poczworney, y tam daley, to iest: kiedy terminy owe maią między sobą wyraźnie proporcyą ciągłą; wzgląd ten między terminami zachodzący, zowie się skokiem prędkim, czyli Geometrycznym. Oto przykłady:

Podwoyna.	1.	2.	4.	8.	16.	32.
Potroyna.	1.	3.	9.	27.	81.	243.
Poczworna.	1.	4.	16.	64.	256.	1024.
Pięciorna.	1.	5.	25.	125.	625.	3125.

8. Co to iest progressya podwoyna, co potroyna, poczworna &c?

Podwoyna iest, w ktorey Mianownik czyli Wieloraz, albo wskazownik iest 2. Potroyna w ktorey 3. Poczworna w ktorey 4; y tam daley.

9. Co to iest ten Mianownik, iak się dochodzi czyli poznaie?

Mianownik w progressyi Geometryczney iest to ta liczba, po ktorey poznaiemy wzgląd proporcyi między liczbami zachodzący.

Dochodzi się zaś tak: liczbę następuiącą dzielę przez poprzedzaiącą; Wieloraz będzie Mianownikiem. Tak w pierwszym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2, albo 8 przez 4, zawsze wychodzi Mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wypada Mianownik 3, y tak daley.

10. Jak rosną terminy progressyi Geometryczney?

Rosną tak: termin ostatni, po ktorym mam roz-

rozciągnąć progressyą, multyplikuię przez Mianownika, produkt będzie terminem następuiącym, n. p. Chcąc rozszerzyć skok podwoyny 6 terminow maiący, termin ostatni 32 multyplikuię przez 2, wychodzi produkt za termin następuiący siodmy 64, y tak daley. (p)

11. Na co się zdadzą te obydwie progressye czyli skoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wszystkich terminow, ilekolwiek ich bydź może, szereg krotko y łatwo bez uprzykrzonego, zwłaszcza w przydłuższych rachubach, dodawania, w iednę summę znieść mogli.

Już nieco obszerniey o własnościach, y pożytku obydwu tych progressyi w szczegulności pomowmy.

§. 2.

O skoku wolnym czyli Arytmetycznym.

12. KTore są *Lemmata*, na ktorych się wszystkie reguły progressyi Arytmetyczney zasadzaią?

Te trzy następuiące:

Lemma I. W progressyi Arytmetyczney z wielukolwiek terminow składaiącey się, summa terminow kraynych, to iest zebranie w iednę kwotę pierwszego y ostatniego terminu, rowna

---

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcyi Geometryczney pięciorako odmieniać można bez naruszenia proporcyi liczb, to iest: wspak ie obracaiąc, przemieniaiąc, składaiąc, rozmnażaiąc, y dzieląc. Niech będą te terminy proporcyonalne: 1. 2. 4. 8. Wspak ie obracaiąc stać będą tak: 2. 1. 8. 4; przemieniaiąc tak: 1. 4. 2. 8. Składaiąc, czyli dodaiąc tak: 1+1. 2. 4+4. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcyonalne przez iednęż liczbę.

wna się summie dwoch terminow, od tychże kraiu rownie odległych. Tak w sześciu następuiących terminach skoku wolnego:

2. 4. 6. 8. 10. 12.
2. ✠ 12. = 14. 4. ✠ 10. = 14.
2. ✠ 12. = 14. 6. ✠ 8. = 14.

Lemma II. W progressyi Arytmetyczney, ktorey terminy nie są do pary, summa kraynych terminow, albo dwoch ktorychkolwiek, rownie od kraiu odległych, dwa razy większa iest nad śrzedni termin. Tak w następuiącey progressyi:

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Summy 2 ✠ 14; 4 ✠ 12; 6 ✠ 10 zawsze dwakroć są większe od 8 liczby we śrzodku daney progressyi zostaiącey.

Lemma III. W każdey progressyi Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to iest: termin naymnieyszy, y przewyżkę, ktora między temiż terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile iest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następuiącym skoku:

3. 6. 9. 12. 15. 18.

Termin trzeci tego skoku 9, zamyka w sobie pierwszy termin 3 y przewyżkę 3, ktora tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak: 9 = 3 ✠ 3 ✠ 3 = 9. Podobnie 12 termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 y przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż 12 = 3 ✠ 3 ✠ 3 ✠ 3 = 12. &c.

13. Jaki wniosek y pożytek z tego trzeciego Lemmatu wypływa?

Ten niezawodny: iż ieżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego

zacho-

zachodzącą, rozmnożę liczbę terminow wszystkich, procz pierwszego, a do produktu dodam termin pierwszy naymnieyszy, to mi w owey progressyi wypadnie termin naywiększy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3, rozmnożywszy liczbę terminow, ktorych tu iest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy naymnieyszy termin 3, będę miał 18, termin naywiększy w daney progressyi; gdyż 3 X 5 = 15, a 3 = 18. Oczym ieszcze będzie niżey.

14 Wiele rzeczy w każdey progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Tej pięć następuiące: I. Termin naymnieyszy. II. Termin naywiększy. III. Liczbę terminow. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminow daney progressyi. Tyle więc wypływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminow wynalezienie.

ZADANIE I.

15. Gdy będą dane naymnieyszy y naywiększy, to iest: pierwszy y ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, iak się znayduie wszystkich tych terminow summa generalna?

Reguła. Do terminu naywiększego przydaie się naymnieyszy, a summę zmultyplikowawszy przez połowę wszystkich terminow, produkt ztąd wypadaiący ukaże summę generalną całey owey progressyi.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegaru Rzymskiego, począwszy od pierwszey godziny do dwunastey,

w pro-

w progressyi liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących : 1. 2. 3. 4. *&c?*

W tey progressyi naymnieyszy termin iest 1. naywiększy 12, wszystkich oraz progressyi terminow iest 12. Zaczym podług daney reguły, naymnieyszy termin 1, przydawszy do naywiększego 12, będzie 13; ktorą summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminow, to iest przez 6. tak: 13 X 6. mam produkt 78, ktory mi ukazuie wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszey aż do dwunastey. Ten produkt 78 podwoiwszy, będę miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* w ktorym pokazaliśmy, że summa terminow kraynych rowna iest ktorymkolwiek dwom terminom od tychże krain rownie odległych, a zatym produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow rozmnożonego, koniecznie rowny bydź musi summie wszystkich terminow w wolney progressyi będących. Multyplikacya bowiem iest to Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wypływa, iż summę całey progressyi wolney można ieszcze mieć: *Nayprzod*: połowę summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney, przez liczbę wszystkich terminow multyplikuiąc. *Powtore*: Summę pierwszego y ostatniego terminu przez całą liczbę terminow rozmnożywszy, produkt ten przez 2 dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progressyi Arytmetyczney trafią się nieparzyste, w ten czas podług *Lem: II.* przez termin śrzedni rozmno-

żywszy

żywszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da summę wszystkich terminow progressyi wolney. W tym bowiem *Lem: II.* pokazaliśmy, iż termin śrzedni rowny iest połowie summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney.

ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy naymnieyszy y naywiększy, y liczba terminow, iak się znayduie przewyżka między terminami owey progressyi zachodząca?

Reguła. Od naywiększego terminu odciąga się naymnieyszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami skoku zachodzącą.

Przykład. Jest Woysko w tryanguł uszykowane, ktorego pierwszy, to iest naymnieyszy rząd, 2 żołnierzy zabiera, ostatni rząd czyli naywiększy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędow; pytam iaka między temi rzędami zachodzi przewyżka? to iest wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od naywiększego tedy terminu 120, odciągam naymnieyszy 2, a resztę 118 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmnieyszona, to iest przez 59; Wieloraz 2 pokazuie zachodzącą przewyżkę, to iest, iż każdy następuiący termin od poprzedzaiącego 2 iest większy.

Reguła ta gruntuie się na *Lem: III.* Bo 120 zamyka w sobie naymnieyszy termin 2, y nad

to

to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile iest terminow w progressyi, począwszy od 2 aż do 120, to iest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydaiąc pierwszy termin 2, będzie 120. A zatym odciąwszy termin naymnieyszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile iest terminow progressyi zmnieyszonych 2; więc resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

ZADANIE III.

17. Gdy będą dane terminy naymnieyszy y naywiększy, y przewyżka, iak się znayduie liczba wszystkich terminow?

Od naywiększego terminu odciągam naymnieyszy, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, Wieloraz iednym powiększony, ukaże wszystkich terminow liczbę.

Przykład. Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwszą n. p. za 4 talery bite, drugą za 10, y tak daley postępuiąc przez przewyżkę 6 aż do ostatniey, ktorą przedał za 478 talerow bitych. Pytam, wiele miał wszystkich pereł?

Odciągam termin naymnieyszy 4 od naywiększego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminow, czyli pereł sprzedanych.

Reguła ta gruntuie się na *Lem: III.*

ZA-

ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin naymnieyszy, przewyżka, y liczba terminow, iak się znayduie termin naywiększy?

Dana liczba terminow iednym zmnieyszona przez przewyżkę rozmnaża się, do tego produktu dodawszy termin naymnieyszy, summa ztąd wynikaiąca będzie naywiększym terminem.

Przykład. Ośmiu ubiegaiącym się do mety wyznaczono nadgrody tak, aby ten, ktory ostatni do mety dobiegł, wziął 4 złote, przedostatni 7, przed przedostatni 10, y tak daley w progressyi przez przewyżkę 3 rosnącey. Pytam, wiele się temu należy, ktory pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 multyplikuię liczbę terminow 8 — 1, to iest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin naymnieyszy 4, mam w pomienioney progressyi termin naywiększy 25. Tyle więc pierwszy nadgrody weźmie.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

Tymże samym sposobem dochodzi się iakikolwiek inszy termin zamierzony, czyto piąty, czy siodmy &c.

ZADANIE V.

19. Gdy będą dane termin naywiększy, liczba terminow, y przewyżka, iak się termin naymnieyszy wynayduie?

Dana przewyżka multyplikuie się przez li-

czbę terminow iednym zmnieyszoną, a produkt odciągnąwszy od terminu naywiększego, wypadnie termin naymnieyszy.

Przykład. Rzemieślnik podiął się pewney roboty, pod tą kondycyą, aby mu codziennie pięcią groszy przyczyniano nad płacą dnia pierwszego, do pokiby roboty nieskończył. Robił więc dni 15, y wziął dnia ostatniego od roboty dzienney groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego?

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną 15 — 1, to iest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu naywiększego 100, wypada mi naymnieyszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania, zarobił gr: 975. czyli zł. 32. gr: 15.

Ta reguła zasadzą się na *Lem: III.*

§. 3.

O skoku prędkim, czyli progressyi Geometryczney.

20. KTore są *Lemmata*, na ktorych się reguły Geometryczney progressyi zasadzaią?

Dwa następuiące:

Lemma I. W każdey progressyi Geometryczney, ieżeli dwa iakiekolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za Wieloraz wypadnie termin tyle mieyscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykaią w sobie wskazowniki razem wzięte obydwu terminow multyplikowanych.

Te zaś wskazowniki (*Indices*) nie co innego są, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdym progressyi Geometryczney terminem napisane, zaczynaiąc od cyfry : tak 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. Y tak w następuiącey progressyi, napisawszy pod każdym terminem progresyi liczby naturalne, zaczynaiąc od cyfry :

3. 6. 12. 24. 48. 96. &c.
0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między sobą dwa ktorekolwiek terminy, n. p. 6 X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwszy 3, będę miał za wieloraz termin : 96, ktory w tey progressyi pięcią mieyscami od pierwszego terminu iest odległy, iako wskazowniki multyplikowanych przez się terminow 1 + 4 = 5, ukazuią. Liczby więc te pod terminami skoku Geometrycznego położone, żowią się wskazuiące, albo wskazowniki, bo nam wskazuią, iak daleko każdy termin odległy iest od terminu pierwszego. Wskazuią zaś mieysce, czyli liczbę terminow iednością zmnieyszoną. Tak : 48, ktorych wskazownik iest 4, są piątym terminem progressyi. Na co pomnieć, wiele pomoże do kwestyi rozwięzywania.

Lemma II. W każdey progressyi Geometryczney podwoyney, naywiększy termin, wyiąwszy z niego pierwszy, rowny iest wszystkim innym terminom razem wziętym. W progressyi zaś potroyney, naywiększy termin, wyiąwszy z niego pierwszy, iest dwa razy większy nad wszystkie inne terminy razem zebrane, &c. Tak n. p. w tey progressyi : 1. 2. 4. 8. 16, odciągnąwszy termin naymnieyszy 1 od nay-

naywiększego 16, zostaie się 15. Te 15 rowne są wszystkim terminom razem zniesionym: 1 + 2 + 4 + 8 = 15.

ZADANIE I.

21. Gdy danych będzie kilka terminow progressyi Geometryczney, iak się znayduie termin naywiększy, albo inny ktorykolwiek, niedochodząc nawet terminow śrzednich?

Reguła. Potrzeba dwa terminy, albo y więcey w owey progressyi multyplikować między sobą, ale takie, ktorychby wskazowniki wraz wzięte zamykały w sobie tyle iedności, iedną mniey, ile ich ma ta liczba, nad ktorą terminu szukam, a produkt ztąd wynikaiący podzieliwszy przez termin pierwszy, wieloraz pokaże termin, ktorego szukam.

N. p. Niech będą dane następniące terminy progressyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c,
0. 1. 2. 3. 4. 5.

W ktorey progressyi chcę znaleść termin szesnasty. Wskazownik tego terminu będzie 15, to iest liczba iednym mnieysza od mieysca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin szosty 160, ktorego wskazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Multyplikuię te 160 przez siebie same, to iest 160 X 160, wypada produkt: 25600, ktory podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz 5120 termin iedenasty, ktorego wskazownik iest 10. Ten iedenasty termin 5120, multyplikuię znowu przez termin szosty 160, maiący wskazownika 5, wychodzi

produkt: 819,200, ktory podzieliwszy przez termin pierwszy, mam za wieloraz 163840 termin szesnasty, ktorego wskazownikiem będzie liczba 15, iednym mnieysza od mieysca terminu zamierzonego. Gdyż wskazownik 10 + 5 = 15. Mam więc termin szesnasty znaleziony 163840 z liczbą wskazuiącą, czyli wskazownikiem 15.

Albo też tenże termin szesnasty tak wynayduię: Biorę dwa terminy n. p. 40 y 160, pod ktoremi wskazowniki wraz wzięte czynią 8, to iest: 3 + 5 = 8, y rozmnożywszy 40 przez 160, a produkt 6400 przez pierwszy termin 5 podzieliwszy, będę miał termin osmy 1280 z wskazownikiem 8. Potym wynaleziony termin osmy 1280 multyplikuię przez 20, to iest przez termin trzeci, wypada produkt 25600, ktory podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz iedenasty termin 5120 z wskazownikiem 10. Bo wskazownik 8 + 2 = 10. Naostatek, ażebym miał termin szesnasty z wskazownikiem 15, termin iedenasty dopiero znaleziony 5120, multyplikuię przez termin szosty 160, ktory pod sobą ma wskazownika 5, to iest 5120 X 160, wychodzi produkt 819200, ktory podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin szesnasty z wskazuiącą liczbą 15.

Jeżeli ieszcze chcę szukać terminu dalszego w teyże samey progressyi, n. p. 29, multyplikuię termin iedenasty 5120 przez 163840 termin szesnasty, a produkt: 838860800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wypadnie termin 26sty: 167772160 z wskazownikiem 25. Bo wskazownik 10 + 15 = 25. Potym

wyna-

wynaleziony termin 26sty: 167772160 multyplikuię przez termin czwarty 40, ktory ma wskazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wskazownika 28, a zaś 25 + 3 = 28) po uczynioney multyplikacyi wypada produkt: 6710886400, ktory podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz: 1342177280 ukazuie mi termin 29ty teyże progressyi z wskazownikiem 28. Tym sposobem znayduią się terminy chocby nayodleglejsze. Krotko mowiąc: toż samo iest szukać w daney progressyi terminu n. p. 54, co szukać terminu takiego, ktoregoby wskazownik był 53, iednym mnieyszy od mieysca terminu, ktorego szukam.

Ten drugi sposob, wynalezienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu, iest dokładnieyszy y lepszy; bo pierwszy tę ma wadę, iż nie na każdy skok zamierzony służy; gdy ż czasem termin zamierzony przenosi, a czasem niedociąga: Doświadczaiący łatwo to poznać może.

Reguła ta zasadza się na *Lem: I.* Każdy bowiem wieloraz z multyplikacyi, y dywizyi dwoch terminow wynikaiący, tylu mieyscami odległy bydź powinien od terminu pierwszego, ile iedności zamykaią w sobie wskazuiące liczby, czyli wskazowniki razem wzięte, obydwu terminow między sobą multyplikowanych.

ZADANIE II.

22. Gdy będą dane termin naymnieyszy, naywiększy, y Mianownik progressyi Geometryczney, iak się wynayduie generalna summa wszystkich terminow?

Od terminu naywiększego odciąga się naymnieyszy, a resztę podzieliwszy przez Mianownika progressyi iednym zmnieyszonego, y do wieloraza przydawszy termin ostatni, wypadnie generalna summa wszystkich terminow razem zebranych.

Przykład. Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nic więcey za niego nie chce, tylko zapłaty za same ufnale, ktorych się w podkowach znayduie 24. Ale w ten sposob: aby mu za pierwszy ufnal dano 2 gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, y tak daley w podwoyney progressyi Geometryczney. Pytam iaka summa gr: wypadnie za tego konia?

Znalazłszy ostatni termin w tey progressyi, przypadnie za ostatni czyli 24ty ufnal groszy 16,777,216. Od tego więc ostatniego terminu w progressyi Geometryczney odciągam termin pierwszy 2, a resztę 16,777,214, podzieliwszy przez Mianownika iednym zmnieyszonego, to iest przez 2 — 1, lecz że 1 liczb nie dzieli, mam za wieloraz tęż samę summę: 16,777,214, do ktorey przydawszy ostatni w progressyi termin 16,777,216, wypadnie summa generalna groszy: 33,554.430, ktorą podzieliwszy przez 30 gr: będzie miał cenę owego konia złotych 1.118.481.

Okazanie tey operacyi. W każdey progressyi Geometryczney, iak się ma Mianownik iednym zmnieyszony do iednego, tak się ma naywiększy termin naymnieyszym terminem zmnieyszony, do summy ze wszystkich terminow w progressyi zebranych, wyiąwszy tenże sam termin ostatni. Tak n. p. dawszy na

stępu-

stępuiącą progressyą Geometryczną w proporcyi potroyney: 3. 9. 27. 81; będzie się miał Mianownik 3 iednym zmnieyszony do 1, to iest: 2. 1. iak się ma termin naymnieyszy zmnieyszony terminem naymnieyszym, to iest: 81 — 3 = 78, do całey summy progressyi, wyiąwszy tenże sam ostatni termin, to iest do 3 + 9 + 27 = 39.

2. 1 : : 78. 39.

Zaczym podzieliwszy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawszy ostatni termin 81, mam 120, summę wszystkich terminow w owey progressyi będących.

23. W progressyi Geometryczney podwoyney iak łatwiey y krocey summę znaleść można?

Znayduie się łatwo tym sposobem: Ostatni termin podwaiam, a od produktu odciągam termin pierwszy. Tak w wspomnionym o ufnalach przykładzie, termin ostatni 16,777,216 podwoiwszy, a od produktu termin pierwszy 2 odciągnąwszy, mam summę gr: tęż samę, co y pierwey: 33,554,430, czyli zł: 1,118,481.

Przyczyna tego ta iest oczywista: iż w tey mierze Mianownik 2 iednym zmnieyszony iest 1, ktory liczby dzielić nie może. Zaczym dodać do wieloraza ostatni termin, iest to wziąść go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie naymnieyszego terminu, liczby terminow, y Mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, nie kładziemy sposobu, ani reguł; gdyż prawie zawsze termin naymnieyszy y liczba terminow w progressyi Geometryczney wiadome daią się; a na wynalezienie pospolitego Mianowni-

ka

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, sposob iuż wyżey podaliśmy, mowiąc w powszechności o progressyi Geometryczney.

§. 4.

Zamyka w sobie niektore ciekawe przykłady, ktore się przez progressye rozwięzuią.

I. Przykłady na progressyą Arytmetyczną.

I. Rzemieślnik pewny skończywszy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umowioną nadgrodę; y spytany od przyiaciela, ileby zyskał, odpowiedział: iż pierwszego dnia wziął zło: 1, drugiego 5, y tak daley w progressyi Arytmetyczney. Pytam się, ile wziął dnia ostatniego, y wiele przez wszystkie dni zyskał?

Znalazłszy termin ostatni, mam dnia ostatniego płacą złotych 117. A znalazłszy summę wszystkich terminow, mam cały iego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, ktorzy pierwsi wpadli do fortecy, z tą kondycyą: ażeby ostatni wziął zł: 100, przedostatni złot: 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progressyi z przewyżką 30. Pytam, ile pierwszemu z nich dostało się?

Termin naywiększy iest 1270; tyle więc temu dostało się, ktory pierwszy wszedł do fortecy.

III. Zakupił Księgarz pewną liczbę ksiąg, tak: iż za pierwszą księgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, y tak daley w progressyi przez 2 rosnącey; za ostatnią księgę zapłacił gr: 400. Pytam, ile wszystkich ksiąg kupił?

Zna-

Znalazłszy liczbę terminow, mam 200 książek, ktore księgarz zakupił.

IV. Pan pewny mocno zachorowawszy, daie pewną kwotę pieniędzy, aby w ten sposob między ubogich rozdane były: dnia pierwszego choroby 1 zł: drugiego 4, trzeciego 7, y tak daley codzień trzema złotemi więcey. Ostatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wszystkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalazłszy liczbę terminow, mam 10 dni, przez ktore ow Pan chorował; wszystkich zaś pieniędzy wydano złot: 145.

V. Chcę wiedzieć, iak wielka iest summa wszy tkich minut, rachuiąc od godziny pierwszey do godziny 12, w progressyi przez przewyżkę 60 rosnącey:

Terminy tak stać będą: naymnieyszy iest 60. 120. 180. 240. &c. Ostatni termin iest 720. Summa więc wszystkich minut iest ta: 4680.

VI. Pewny kazał sobie kopać studnią na sążni 16, y obiecał Grabarzowi płacić za pierwszy sążeń gr: 25, za drugi 40, y tak daley postępuiąc przez przewyżkę 15stu groszy. Pytam, ile owa studnia kosztować będzie?

Szukam nayprzod terminu nayw iększego, y mam 250, potym summy, ktora wypada 2200 gr: albo zł: 73. y gr: 10. Tyle więc owa studnia ma go kosztować.

II. Przykłady na progressyą Geometryczną.

I. Pan maiący roczney intraty milion złot: Polskich, chce arędować drugiemu wszystkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za ieden cały miesiąc wypłacił arędę, za

pier-

pierwszy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, y tak daley w progressyi podwoyney Geometryczney, aż do dnia 30stego. Pytam ile wyniesie summa, ktorąby za cały miesiąc w iednym roku wypłacić potrzeba?

Znalazłszy ostatni termin 30sty 536870912, łatwo znayduię summę za cały miesiąc złotych Polskich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Krol Jndyi pewnemu Jndyiczykowi imieniem Dahir, ktory wynalazł grę Szachow, dał na wolą obrania sobie iakieyby chciał nadgrody. On o nic więcey nie prosił, tylko ażeby mu iedno ziarno pszenicy na pierwszym kwadracie w Szachownicy położone, w proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy kwadrat dawano, aż do ostatniego, to iest do 64. kwadratu. Bardzo mała nadgroda zdała się bydź Krolowi; lecz gdy Arytmetycy w rachunek pszenicy weszli pokazało się, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele pszenicy znaleść się nie może, to iest ziarn: 18,446,744,073,709,551,615.

§. 5.

O skoku liczby cudownym, czyli o Regule kombinacyi.

24. Co iest reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi iest ta, ktora uczy, wiele razy rzeczy iakie mogą odmieniać mieysce swoie, czyli porządek. Bywa używana w mieszaniu liter, słow, w rozsadzaniu Gości, iako y w szukaniu Anagrammatow iakiego słowa. (q)

25.

---

[q] Anagramma, iest to słowo, z inszego zrobione, liter bynaymniey nie opuszczaiąc, lecz tylko przerzu-

25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz iaka mieysce swoie odmienić może?

Następuiącym sposobem: ile iest rzeczy, tyle piszę naturalnym porządkiem liczb, zaczynaiąc zawsze od 1; potym multyplikuię produkt liczby poprzedzaiącey, przez liczbę następuiącą, w rzędzie nieprzerwanym zostaiącą &c. Przykłady rzecz tę lepiey obiaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć, wiele razy 8 mogą się odmienić? Piszę więc liczby tak:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.

Rozmnażam nayprzod 1 przez 2, y piszę ie pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez następuiącą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, ktore piszę pod 3, y tyle razy trzy odmieniać się mogą. Potym 6 przez następuiącą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24 piszę pod 4, y tyle razy mieysce swoie odmieniaią 4. Toż 24 rozmnażam przez następuiącą u wierzchu liczbę 5, a produkt 120 piszę pod 5. To tedy 5 może mieysce odmienić 120 razy; y tak daley postępować trzeba przez multyplikacyą. Krotko mowiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną postawiony, pokazuie, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić się może.

Przykład I. Chcę wiedzieć wiele razy 4 Osoby mogą inszym a inszym porządkiem usieść?

Wypada, iak wyżey pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 Osoby coraz inszym porządkiem usieść mogą. Oto dowod tego na literach: m. d. c. b.

m d c b

---

caiąc. N. p. Jan *anagramma* ani; Masło *anagr:* Słoma, smoła; Roża *anagr:* oraz &c.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
b m d c	d b m c	c b m d	b c d m
m b c d	d b c m	c b d m	b c m d

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 720 razy, iak wyżey masz pod liczbami naturalnemi.

Przykład II. Chcę wiedzieć z 10 kwiatow wiele razy wianek uwić można, co raz inakszym, a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatow wianek ow co raz inaczey, a inaczey odmieniaiąc, y przerzucaiąc kwiaty, wić można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następuiące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba, wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez naybliższą mnieyszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie Osob 6, ktore chcę parzyć z sobą, co raz inaczey. Pytam, wiele par rożnych miec mogę?

Rozmnażam tedy 6 przez 5 liczbę naybliższą mnieyszą od sześciu, produktu 30 połowica 15 pokazuie, iż Osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach: sześciu A. B. C. D. E. F. parzenie.

A B.	B C.	C D.	D E.	E F.
A C.	B D	C E.	D F.	
A D.	B E.	C F.		
A E.	B F.			
A F.				15 razy.

Bo w pierwszey kolumnie iest par 5, w drugiey 4, w trzeciey 3. w czwartey 2, w piątey 1, ktore dodawszy: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 uczynią 15.

PRZYDATEK UZYTECZNY.

Sposob łatwy redukowania Czerwonych Złotych po złot: 16. gr: 22 y ½.

Chcę n. p. sprowadzić Czerw: złotych 20 na złote.

Nayprzod do danych Cz: zł: 20, dodaię o, będzie - - - 200.
Powtore biorę tey liczby połowę - - 100.
Potrzecie piszę dane do zredukowania - 20.
Poczwarte biorę połowę dwudziestu - 10.
Popiąte biorę połowę dziesięciu - - - 5.
Podkreślam ———

Dodaię te liczby, wypada - - 335.

Przykład drugi. Chcę ieden Czerw: złoty sprowadzić na złote.

Dodaię o, będzie - - - 10.
Biorę tey liczby połowę - 5.
Dany Czerw: zł: piszę - 1.
Połowa iednego - - - ½.
Połowa połowy - - : ¼.

Dodaię te pięć liczb, będzie zł: 16, gr: 22 y ½.

Ten przykład ukazuie oczywiście niezawodność tego sposobu.

Ponie-

Ponieważ pierwsze trzy liczby wyższe oznaczaią rozmnożenie danych Czerw: złotych przez 16, więc można także dane Czerw: zł: multyplikować przez 16, a do tego produktu dodać nayprzod połowę, potym tey połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4. Czerw: złote:

Piszę - - -	4.
Rozmnażam przez 16 - - -	16.
Mam produkt. - - -	64.
Do produktu kładę połowę czterech -	2.
Znowu tey połowy połowę - -	1.
Dodaię te trzy liczby, będzie: - -	67.

Co iedno iest, iakbym pierwszym sposobem rozmnażał; doświadczaiący uznać to musi.

Niezawodność tego sposobu tak się okazuie. Aby dobrze redukować Czerwone złote po złot: 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$, trzeba dane do sprowadzenia Czerw: złot: pomnażać przez złot 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$; Otoż takoważ odprawuie się multyplikacya pomienionym sposobem. *Nayprzod* Kiedy dodaię 0, iedno iest iakbym ten 1. rozmnażał przez 10, więc iuż mam dany do redukcyi Czer: zł: 1 rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tey liczby, do ktorey się dodało 0, to iest 10, połowę, będzie 5, iedno iest iakbym Czerw złot: rozmnażał przez 15, bo dodawszy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzecie.* Kiedy kładę dane Czerw: zł: iak w drugim przykładzie 1, iedno iest, iakbym ten pierwszy 1 z cyfrą pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawszy pięć y iedno, uczyni 16; Więc iuż mam w tych trzech liczbach rozmnożony Czerw: złot: przez 16. Trzeba ieszcze

roz

rozmnażać przez gr: 22 y $\frac{1}{2}$, czyli przez trzy osmaki, to iest przez trzy części złotego; Zaczym kiedy biorę połowę 1, tym samym biorę dwie części, abym tedy ieszcze iednę część wziął, trzeba mi brać tey połowy połowę, gdyż połowa połowy rzeczy iakiey, iest iedna część z czterech części, na ktore się rzecz dzieli. Więc biorę trzy części złotego, to iest: gr: 22 y $\frac{1}{2}$. Przykład drugi należycie to obiaśnia.

Jeżeli tym sposobem sprowadzaiąc Czer: zł: czwarta liczba będzie taka, ktora nie może się podzielić na poł, ale zbędzie 1, to tego iednego połowę pisać trzeba na boku, to iest 15, a na piątą liczbę wziąść trzeba połowę y czwartey liczby, y tych 15, to iest 7, y $\frac{1}{2}$.

Przykład. Chcę redukować 7 Cz: zł:

Dodaię do 7 cyfrę, będzie - -	70.
Biorę połowę siedmiudziesiąt - -	35.
Piszę dane Czerw: złote - - -	7.
Biorę 7 połowę, będzie 3, y gr: 15.	
to iest - - - - -	3. 15.
Biorę znowu połowę, 3, y 15, będzie:	1. 22. $\frac{1}{2}$.
Dodaię te liczby, będzie - -	117. 7$\frac{1}{2}$.

Te liczby tak się dodawać powinny, iak zwyczaynie w Addycyi liczb rożnego gatunku.

KONIEC ARYTMETYKI.